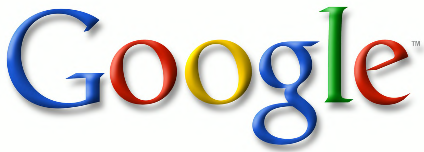


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

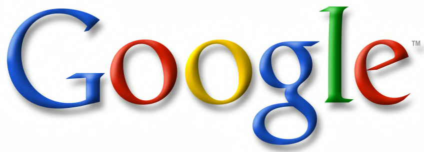
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

University of Wisconsin
LIBRARY
Class SVH
Book .B73



Grundriss

der

Turbinen-Theorie.

Von

Ernst A. Brauer,
Hofrat und Professor an der Technischen Hochschule zu Karlsruhe.

Mit 73 Abbildungen im Text.

Leipzig
Verlag von S. Hirzel
1899.

55510
OCT 18 1900
TVH
.B73
6499705

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Jede Turbine besteht bekanntlich aus einem oder mehreren unbeweglichen Kanälen, den Leitkanälen, insgesamt auch Leitapparat oder Leitrad genannt, und dem rotierenden Laufrad, welches die Arbeits- oder Laufradkanäle enthält. In dem Leitapparat erhält der Wasserstrom eine gewisse Geschwindigkeit und Richtung und wird hierdurch vorbereitet, während seines Durchganges durch das Laufrad einen Teil seiner Energie auf dieses zu übertragen, d. h. mechanische Arbeit zu leisten.

Bei der Bewegung des Wassers durch die Turbine beschreibt jedes Flüssigkeitsteilchen einen besonderen Weg; aber es ist zur Zeit noch nicht möglich, den für die Gesamtwirkung massgebenden Mittelweg durch Rechnung genau voraus zu bestimmen. Da wir dennoch einen solchen annehmen müssen, um die Aufgabe der mathematischen Behandlung zugänglich zu machen, so ist dies nicht ohne eine gewisse Willkür möglich, welche mehr und mehr einzuschränken einer weiteren Ausgestaltung der Turbinentheorie vorbehalten bleibt. (Vgl. Kap. XI.)

Besonders wichtige Punkte auf dem Wasserweg sind diejenigen, in denen der Eintritt in die Leit- und Arbeitskanäle sowie der Austritt erfolgt. Wir werden diese Punkte in der Reihenfolge, in welcher sie durchlaufen werden, mit 1 bis 4 bezeichnen, so dass

1 und 2 die Grenzpunkte des Leitkanals,
3 und 4 die Grenzpunkte des Arbeitskanals

sind. Diese Ziffern sollen insbesondere als Fusszeichen dazu dienen, die Querschnittsabmessungen, Geschwindigkeiten, Höhen und Drucke in den betreffenden Punkten zu kennzeichnen, während die Indices 0 und 5 für Ober- und Unterspiegel verwendet werden.

Allgemein soll ferner bezeichnen:

γ das Gewicht von 1 cbm Wasser, d. i. 1000 kg,
g die Beschleunigung der Schwere 9,81 m/sek^2,
V das in einer Sekunde durch die Turbine strömende Wasser in cbm,
G das in einer Sekunde durch die Turbine strömende Wasser in kg,
p den Flüssigkeitsdruck an irgend einer Stelle in kg/qm,
h die Druckhöhe, welche p entspricht, als Wassersäule in m,
c die absolute Wassergeschwindigkeit in m/sek,
u die relative Wassergeschwindigkeit gegenüber dem Laufrad in m/sek,
c_x, c_y, c_z, u_x, u_y, u_z, Geschwindigkeitsprojektionen auf die Axen eines rechtwinkligen Koordinatenkreuzes in m/sek,
v die Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades in m/sek,
α den Winkel, welchen c mit v bildet,
β den Winkel, welchen u mit v bildet,
z die Höhe über einem beliebigen Horizont in m (geodätische Höhe),
J einen unbestimmten Teil des Kanalinhaltes in cbm,
J_1^2 den Inhalt des Leitkanals in cbm,
J_3^4 den Inhalt des Laufkanals in cbm,
A die mechanische Arbeit, welche das Wasser an die Turbine abgiebt, in kgm/sek.

Kapitel I.

Die Vorgänge im Leitkanal.

Eine vereinfachte Darstellung des Leitkanals einer Turbine geben Figg. 1 und 2. Es werde hier zunächst angenommen, dass die Z-Axe des eingezeichneten Koordinatensystems der irdischen Lotrichtung entspricht, dass die XZ-Ebene parallel einer Symmetrie-Ebene ist, und dass der mittlere Wasserweg in der XZ-Ebene liegt und die in Fig. 2 mit a bezeichneten, horizontal gemessenen Kanalweiten halbiert. Damit ist hier der mittlere Wasserweg durch die geometrische Form des Kanals als einfach gekrümmte Kurve gegeben, und für jeden ihrer Punkte giebt die Kurventangente die daselbst herrschende mittlere Geschwindigkeitsrichtung an.

Die Grösse der Geschwindigkeit hängt mit dem durch den Kanal strömenden Wasservolum V cbm/sek zusammen durch die Gleichung

$$V = Fc \sin\alpha,$$

unter F den horizontalen Querschnitt des Kanals, hier das Rechteck ab, und unter α den in Fig. 2 eingeschriebenen Winkel verstanden, welchen c mit F bildet. Mit der Abkürzung $c \sin\alpha = c_z$ für die in die Richtung der Z-Axe fallende Komponente von c schreibt sich obige Gleichung

1) $$V = Fc_z.$$

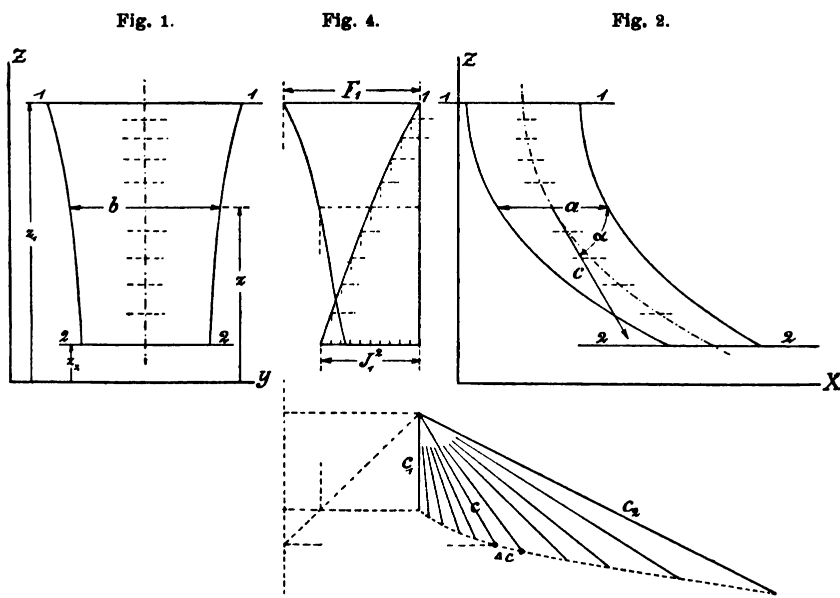
Da durch jeden Kanalquerschnitt dieselbe Wassermenge fliesst wie durch Eintritt und Austritt, so folgt

2) $$Fc_z = F_1 c_{1z} = F_2 c_{2z},$$

und es wird hiernach möglich, für jeden bekannten Querschnitt die Komponente c_z zu berechnen oder zu konstruieren, wenn ein Wertepaar c_z und F für einen Kanalquerschnitt, z. B. für 1 oder 2 bekannt ist.

Giebt man in dem Polardiagramm, Fig. 3, dem Radiusvektor jeweils die Richtung des mittleren Wasserweges und eine der Geschwindigkeit proportionale Länge, so entsteht diejenige Kurve, welche Hamilton Hodograph[1]) nannte. Wir wollen sie Geschwindigkeitskurve und die ganze Darstellung Geschwindigkeitsriss nennen.

Ist in Fig. 4 die mit F_1 beginnende Kurve ein Bild von $F = ab$ für verschiedene z, so lässt sich nach Gleichung 2) c_z als vierte Proportionale zu c_{1z}, F_1, F zeichnen und damit, wie in Figg. 3 und 4 angedeutet ist, auch c ohne Rechnung finden.



Ändert man die Grösse V oder den Massstab für die Geschwindigkeiten, so hat dies eine geometrisch ähnliche Veränderung der Geschwindigkeitskurve zur Folge. Ihre Gestalt ist durch die Kanalform eindeutig bedingt. Nicht aber ist umgekehrt durch die Geschwindigkeitskurve die geometrische Form des Kanales bedingt, nicht einmal die Form des mittleren Wasserweges.

1) Die erste Anwendung des Hodographen für die Turbinentheorie scheint M. Kohn in Pilsen, Zeitschr. d. Vereins Deutscher Ing. Bd. 31. S. 647 veröffentlicht zu haben.

Man kann jedoch diese Umkehrung auch ermöglichen, indem man den Wasserweg mit einer Einteilung nach bestimmten, z. B. gleichen, Zeitintervallen versieht und diese Zeitteilung auf die Geschwindigkeitskurve überträgt.

Die Zeitpunkte des mittleren Wasserweges können betrachtet werden als Schnittpunkte dieses Weges mit gewissen materiellen Flächen, welche die Flüssigkeit durchziehen, sich mit ihr durch den Kanal hindurch bewegen, hierbei jedoch ihre Gestalt mehr oder weniger verändern. Eine solche Fläche wird z. B. durch die Gesamtheit der Wasserteilchen gebildet, welche zur Zeit t_1 in der horizontalen Eintrittsebene liegen. Dieselbe gelangt nach dem zehnten Teile der gesamten Durchgangszeit $t_2 - t_1$ in eine neue Lage, in welcher sie nicht mehr ganz eben sein wird; noch mehr verändern wird sie sich bis zum zweiten Zehntel u. s. f. Die den sämtlichen Zehnteln entsprechenden Lagen der materiellen Fläche zerlegen den ganzen Kanalinhalt in 10 Raumteile. Da diese Teile, falls die Bewegung stetig ist, bei dem sich nach je 0,1 $(t_2 - t_1)$ Sekunden wiederholenden Vorgang an der gleichen Stelle immer wieder die gleiche Form haben müssen, und jeder vorhergehende Teil wegen der Kontinuität und Volumbeständigkeit des Wassers in dem nachfolgenden genau Platz finden muss, so folgt, dass die 10 Raumteile einander gleich sind.

Wir machen nun zur Erleichterung mathematischer Behandlung die Annahme, dass die geschilderten Trennungsflächen horizontale Ebenen bleiben; und damit kommt die Aufsuchung der Zeitteilung für einen gegebenen Kanal darauf hinaus, denselben durch horizontale Ebenen in 10 oder n Teile gleichen Rauminhaltes zu zerlegen. Zur Lösung dieser rein geometrischen Aufgabe bedient man sich am besten der Integralkurve (J, x), deren Abscisse x, deren Ordinate J

$$J = \int F dx \tag{3}$$

ist. Diese Kurve wird aus der (F, x)-Kurve mit dem Integraphen[1]) gezeichnet oder in bekannter Weise aus tangentialen Elementen zusammengesetzt,[2]) für welche die aus Gleichung 3) folgende Gleichung

$$\frac{dJ}{dx} = \frac{F}{1} \tag{4}$$

die leicht konstruierbare Richtung angiebt. Der Divisor 1 ist hierbei

1) s. Abdank-Abakanowicz, les Intégraphes, Paris 1886.

2) s. E. Brauer, Anwendung der Integralkurve zur Volumteilung. Zeitschrift für Mathematik und Physik. 42. Bd. S. 272.

eine beliebige Längeneinheit,[1]) welche den Massstab der Zeichnung bedingt.[2]) Die für z_2 sich ergebende Ordinate J_1^2 (s. Fig. 4) giebt, in 10 gleiche Teile geteilt, die Grössen 0,1 J_1^2, 0,2 J_1^2 u. s. w., mittelst deren aus der Integralkurve die zugehörigen z, d. h. die Höhen der gesuchten Zeitpunkte und diese selbst im mittleren Wasserfaden gefunden werden. Zieht man parallel zu den Tangenten an den Wasserweg in den Zeitpunkten Strahlen im Geschwindigkeitsriss, so entsteht auf der Geschwindigkeitskurve eine Punktreihe, die Zeitteilung im Geschwindigkeitsriss.

Bezeichnen wir mit $\mathfrak{t}$ die Zeitdauer, in welcher ein Wasserteilchen von einem Zeitpunkte des mittleren Wasserweges zu dem folgenden Zeitpunkt gelangt, mit $\mathfrak{l}$ die Weglänge zwischen zwei Punkten, mit c die mittlere Geschwindigkeit in der Strecke $\mathfrak{l}$, so ist

5) $$\mathfrak{l} = c\mathfrak{t}.$$

Die ganze Höhe des Kanals ist

$$z_1 - z_2 = \Sigma c_z \mathfrak{t}$$

oder, ausführlicher geschrieben für 10 Zeitteile,

6) $$z_1 - z_2 = (\tfrac{1}{2} c_{1z} + c_{1,1z} + c_{1,2z} + \ldots\ldots + c_{1,9z} + \tfrac{1}{2} c^{2z})\, \mathfrak{t}.$$

Die Indices 1,1, 1,2 u. s. w. sollen hierbei die Endpunkte der ersten, zweiten u. s. w. Zeitstrecke bedeuten. Jede Geschwindigkeit, mit Ausnahme der ersten und letzten, ist hier als gleichbleibend für die Hälfte der vorausgehenden und der nachfolgenden Zeitstrecke betrachtet, während c_{1z} nur für die erste halbe, c_{2z} nur für die letzte halbe Zeitstrecke in Anrechnung gebracht ist. Ist nun der mit der Zeitteilung versehene Geschwindigkeitsriss gegeben, so kann man die sämtlichen c_z daraus entnehmen und für gegebene Kanalhöhe $z_1 - z_2$ die Zeit $\mathfrak{t}$ berechnen. Nach Gleichung 5) findet man sodann die Strecken $\mathfrak{l}$,

1) In Fig. 4 ist die Kanalhöhe $z_1 - z_2$ als Längeneinheit gewählt.

2) Um die (J, z)-Kurve zu finden, ziehe man in etwa gleichen Abständen eine Anzahl horizontale Ordinaten der (F, z)-Kurve und projiciere die Mittelpunkte der so auf dieser Kurve entstandenen Teilstrecken auf die Horizontale in der Höhe z_2. Verbindet man diese Projektionen mit dem Punkte 1 in Fig. 4, so erhält man für jede Höhenschicht die Richtung der Integralkurve. Zieht man, von 1 beginnend, ein Polygon, dessen Seiten zwischen je zwei Ordinaten, den Richtlinien parallel sind, so ist das Polygon von der Integralkurve umso weniger verschieden, je grösser die Zahl der Höhenschichten war.

aus denen sich der ganze Wasserweg als bestimmte gebrochene Linie zusammensetzt. Dieselbe kommt einer stetigen Kurve um so näher, je grösser die Zahl der Zeitteile war. Damit ist die Umkehrung bewirkt.

Wäre t = 1 Sekunde, so würden die Abstände der Zeitpunkte im Geschwindigkeitsriss nach Grösse und Richtung die Beschleunigungen darstellen, denen das Wasser im mittleren Wasserfaden auf der entsprechenden Wegstrecke unterliegt. Allgemein ist, wenn Δc, s. Fig. 3, die Entfernung zweier Zeitpunkte im Geschwindigkeitsriss, gemessen mit dem Geschwindigkeitsmassstab, bezeichnet, die Beschleunigung φ

7) $$\varphi = \frac{\Delta c}{t} \text{ in m/sek}^2.$$

Setzt man die Beschleunigung mit der nach oben gerichteten Beschleunigung $g = 9{,}81$ m/sek² zu einer Resultante zusammen, so erhält man diejenige Richtung, in welcher der Flüssigkeitsdruck am stärksten abfällt, und normal dazu die Richtung, in welcher die Druckänderung Null ist, d. h. die Richtung der Isobare oder Niveaufläche im verallgemeinerten Sinne.[1])

1) λ sei der Winkel, welchen in irgend einem Punkte einer strömenden Flüssigkeit diejenige Ebene mit dem Horizont einschliesst, welche die Fläche gleichen Druckes in diesem Punkte berührt.

Denkt man sich den Punkt, in welchem der Druck p herrsche, zu einer unendlich kleinen Fläche dF erweitert und in einer zur Fläche gleichen Druckes normalen Richtung um das unendlich kleine Stück dn bewegt, so beschreibt dF einen Cylinder vom Rauminhalt $dFdn$, also vom Gewicht $\gamma dFdn$, welches zugleich seine Schwere misst. Während in der ersten Lage der Fläche dF der auf sie wirkende Druck pdF ist, kann p in der zweiten Lage etwas verschieden sein. Ist längs der Richtung n die örtliche Druckänderung pro Längeneinheit durch $\frac{\partial p}{\partial n}$ ausgedrückt, so ist der Druck auf die Fläche dF in der zweiten Lage $(p + \frac{\partial p}{\partial n} dn)\, dF$. Das Flüssigkeitsteilchen

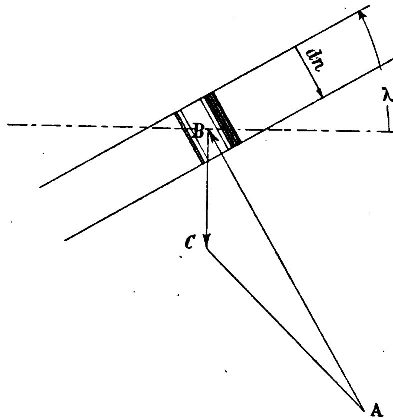


Fig. 5.

vom Gewicht $\gamma dFdn$ erfährt sonach in den Cylindergrundflächen dF Drucke, die entgegengesetzt gerichtet sind und sich bis auf den Betrag $\frac{\partial p}{\partial n}\, dn\, dF$ aufheben. Stellt in Fig. 5 die Strecke AB diese Kraft, BC die Schwere dar, so ist AC nach Grösse und Richtung die Resultante der wirksamen oder treibenden Kräfte, d. h. die Ursache der Beschleunigung. Ist φ die entstehende Beschleunigung

Für $\varphi = o$ wird bekanntlich die Niveaufläche horizontal, die Richtung des stärksten Druckabfalles senkrecht nach oben. Bei Turbinen ist meist φ im Vergleich zu g so gross, dass man g ohne wesentlichen Fehler vernachlässigen, also die Normale zur Geschwindigkeitskurve als Richtung konstanten Druckes betrachten kann.

Diese Richtung bezieht sich auf den Schnitt der Isobare mit dem mittleren Wasserweg. Da im allgemeinen die Isobare eine gekrümmte Fläche ist, so müsste man, um ein vollständigeres Bild derselben zu bekommen, noch die Geschwindigkeitsrisse zu anderen Wasserfäden zeichnen, insbesondere zu den Randfäden, welche längs der Kanalwände laufen. Für diese sind zwar die Richtungen genau bestimmt, die Geschwindigkeiten jedoch nur insoweit, als die Hypothese der horizontalen Teilebenen zutrifft.

In Kap. XI wird diese Frage weiter verfolgt werden. Hier genügt es, eine wenigstens beiläufig zutreffende Darstellung von der Verteilung des Druckes zu gewinnen. In Fig. 6 sind eine Anzahl Linien gleichen Druckes eingetragen, welche einer Abstufung des Druckes um gleiche Unterschiede zwischen den Punkten 1 und 2 entsprechen. Wäre z. B. die Druckhöhe in 1 um 10 m grösser als in 2, so würde jede Drucklinie 1 m Druck weniger haben als die in der Richtung des Stromes vorhergehende.

Aus dem Verlauf der Linien ist ersichtlich, dass die konkave Wandfläche einen grösseren Druck erhält als die konvexe, dass sonach der Kanal durch die Wasserbewegung einen einseitigen Druck empfängt, welchem eine festhaltende Kraft entgegen wirken muss, wenn er in Ruhe bleiben soll. Es ist üblich geworden, diesen Druck des

---

g die Beschleunigung der Schwere, und wird $\frown$ als Zeichen für **geometrische** Addition verwendet, so schreibt sich der geschlossene Streckenzug $ACBA$, welcher AC in positivem Sinne enthält, während $CB = -BC$, $BA = -AB$ ist,

$$AC \frown CB \frown BA = 0,$$

oder

$$\frac{\varphi}{g}\gamma dFdn \frown [-\gamma dFdn] \frown [-\frac{\partial p}{\partial n} dndF] = 0,$$

also auch

$$\varphi \frown [-g] \frown \left[-\frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial n}\right] = 0.$$

Setzen wir noch zur Abkürzung $\frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial n} = \varphi_i$, so folgt

$$\varphi \frown [-g] = \varphi_i.$$

Wäre daher φ gegeben, so findet man die Richtung von φ_i und damit den Winkel λ, d. h. die Richtung der Fläche gleichen Druckes, indem man zu φ die der Schwere entgegengesetzte Beschleunigung g geometrisch addiert.

Wassers, wenn er, wie hier, der Richtung, nach welcher das Wasser abgelenkt wird, entgegengesetzt gerichtet ist, als Rückwirkung oder Reaktion zu bezeichnen. Zur Verhütung falscher Auffassung sei jedoch bemerkt: nicht die Richtung des Strömens, sondern die Zunahme der Geschwindigkeitskomponente, die Beschleunigung nach $+X$, bedingt die Entstehung einer Reaktion nach $-X$.

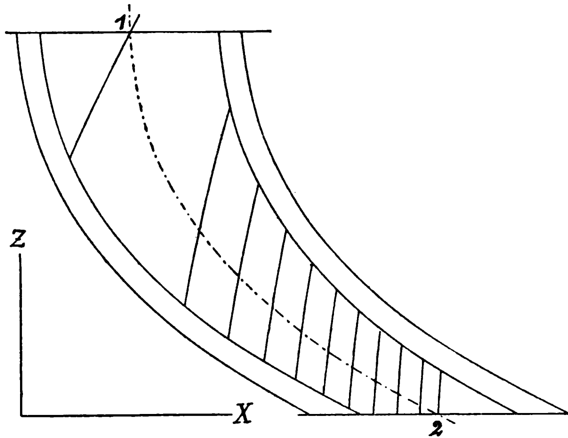


Fig. 6.

Wird an einer Stelle der Kanalwand der Druck kleiner als der herrschende Luftdruck, so wird durch alle etwa vorhandenen Poren Luft eindringen. Auch die dem Wasser beigemengte oder darin aufgelöste Luft wird sich hier ausscheiden, so dass Luftkammern entstehen, welche sich in einer Fläche konstanten Druckes von dem Wasserkörper abgrenzen.

In diesem Falle sind die mittleren Wassergeschwindigkeiten nicht mehr durch die Kanalquerschnitte bedingt, sie folgen vielmehr den Gesetzen über die Bewegung in offenen Kanälen. Bei Leitkanälen von Turbinen im gewöhnlichen Sinne kommt dieser Fall kaum vor, wohl aber bei Wasserrädern und bei den Laufkanälen der Girard-Turbinen oder Freistrahl-Turbinen, sowie beim Leerlauf mancher Turbinen.

Zur Berechnung der Reaktionskraft denken wir uns den Inhalt eines Leitkanales in n Wasserfäden so zerlegt, dass jeder Faden die gleiche Wassermenge $\frac{V}{n}$ in der Sekunde liefert.

Ein solcher Wasserfaden, Fig. 7, dessen zur Z-Axe rechtwinkligen Querschnitt wir uns rechteckig denken wollen, werde sodann in eine unendliche Zahl horizontaler Zeitteile im Sinne von Figg. 1 und 2 zerlegt,

In der Teilzeit dt gelangt hiernach jedes zwischen zwei Teilflächen liegende Element $dx\,dy\,dx$ in die folgende Zeitzone. Das in dem Faden

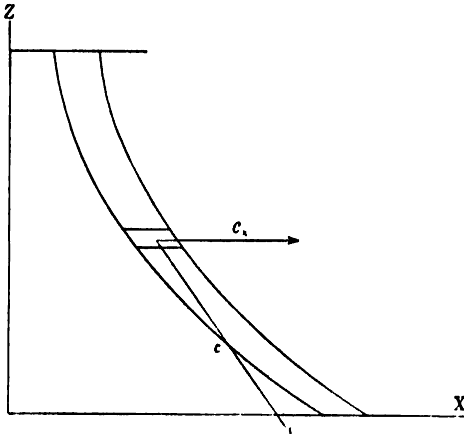


Fig. 7.

strömende Flüssigkeitsvolum ist sonach $dx\,dy\,dx$ cbm in dt sek, also $\frac{dx\,dy\,dx}{dt}$ in 1 sek, und das Gewicht pro Sekunde ist in Kilogramm

8) $\frac{G}{n} = \frac{\gamma}{dt}\,dx\,dy\,dx\,.$

Herrscht nun an irgend einer Stelle des Fadens die Beschleunigungskomponente φ_x oder $\frac{dc_x}{dt}$ in Richtung der X-Axe, so ist die für das zwischen zwei Zeitschnitten liegende Flüssigkeitsteilchen hierzu erforderliche treibende Kraft dk_x

9) $$dk_x = \frac{\gamma}{g}\,dx\,dy\,dx\,\frac{dc_x}{dt}$$

oder, mit Rücksicht auf Gleichung 8), die ebenso grosse Rückwirkung des Teilchens

$$-\,dk_x = \frac{G}{gn}\,dc_x\,.$$

Da $\frac{G}{gn}$ für sämtliche Zeitteile des Wasserfadens denselben Wert hat, so ist für den ganzen Faden

$$-\,k_x = \frac{G}{gn}\int_1^2 dc_x\,,$$

10) $$-\,k_x = \frac{G}{gn}\,(c_{2x} - c_{1x})\,.$$

Bezeichnet $-\,K_x$ die Summe der Reaktionen sämtlicher Fäden, wonach K_x als, nach $+\,X$ gerichtet, positiv definiert ist, so ist

$$-\,K_x = \frac{G}{g}\left(\frac{\Sigma c_{2x}}{n} - \frac{\Sigma c_{1x}}{n}\right)$$

der Unterschied zwischen dem Druck, welchen die linke und demjenigen, welchen die rechte Kanalwand erfährt, d. h. die hydraulische Gesamtkraft, welche auf die Zelle in horizontalem Sinne ausgeübt wird.

Die hier auftretenden Summen $\frac{\Sigma c_{2x}}{n}$, $\frac{\Sigma c_{1x}}{n}$ sind die arithmetischen Mittel der in der Austrittsebene und in der Eintrittsebene je von Punkt zu Punkt variierenden horizontalen Geschwindigkeits-Komponenten. Sie sind nichts Anderes als diejenigen Werte c_{2x} und c_{1x}, welche sich aus dem Geschwindigkeitsriss für den mittleren Wasserfaden ergeben, falls dessen Lage im Kanal richtig ist. Mit dieser spezielleren Bedeutung ist sonach

11) $$-K_x = \frac{G}{g}(c_{2x} - c_{1x}),$$

und der Druck, welchen ein Strom von 1 kg pro Sekunde ergeben würde, ist

12) $$-\frac{K_x}{G} = \frac{1}{g}(c_{2x} - c_{1x}).$$

Wie ersichtlich, spielt hierbei die senkrechte Geschwindigkeitskomponente keine Rolle.

Auch ohne Krümmung des Kanals würde sich ein Druck K_x ergeben, wenn derselbe schräg gerichtet und trichterförmig ist, z. B. wie in Fig. 8.

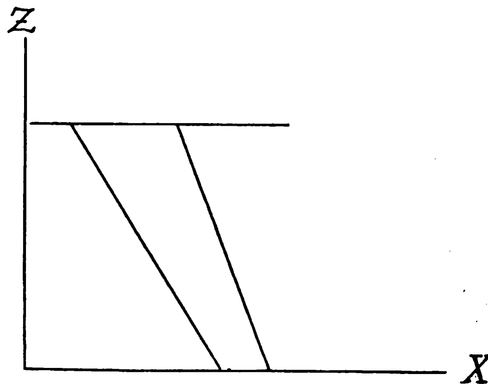


Fig. 8.

Ist der Kanal nicht symmetrisch in Bezug auf die XZ-Ebene gestaltet, so ergiebt sich auch in Richtung von $-Y$ eine Druckkomponente

13) $$-K_y = \frac{G}{g}(c_{2y} - c_{1y}).$$

Ganz analog würde auch der Ausdruck für den Druck in Richtung von Z zu bilden sein, wenn nicht jeder Wasserfaden und damit der ganze Kanalinhalt noch unter dem Einfluss seiner Schwere und der Pressungen auf die Ein- und Austrittsflächen stände. Ist γJ_1^2 das Gewicht des Kanalinhaltes, und wird hier ausnahmsweise $+Z$ nach abwärts genommen, wie in Fig. 12, d. h. übereinstimmend mit dem positiven Sinne von c_x, so ist $-K_x + \gamma J_1^2 + F_1 p_1 - F_2 p_2$ die vertikale Kraftkomponente, welche das Wasser nach abwärts zu beschleunigen sucht. Diese Summe tritt offenbar an die Stelle von $-K_x$ in Gleichung 11), und damit findet sich als hebende Kraft, welche das Wasser auf das Gefäss ausübt,

14) $$-K_x = \frac{G}{g}(c_{2x} - c_{1x}) - (\gamma J_1^2 + F_1 p_1 - F_2 p_2),$$

Setzt man im Hinblick auf Gleichung 1)

$$F_1 = \frac{V}{c_{1x}} \quad , \quad F_2 = \frac{V}{c_{2x}}$$

und führt diese Werte in Gleichung 14) ein, indem noch

$$G = V\gamma$$

gesetzt wird, so ergiebt sich für den Auftrieb die von den Kanalquerschnitten freie Nebenform der Gleichung 14)

14a) $$-K_x = G\left(\frac{c_{2x} - c_{1x}}{g} + \frac{h_2}{c_{2x}} - \frac{h_1}{c_{1x}}\right) - \gamma J_1^2.$$

Zu den Gleichungen 11) bis 14) ist zu bemerken, dass dieselben durch die innere Flüssigkeitsreibung nicht beeinflusst werden. Wenn nämlich infolge der verschiedenen Geschwindigkeit benachbarter Fäden gegenseitige Reibung zwischen ihnen stattfindet, so würde hierdurch stets der eine Faden eine entgegengesetzte Kraftkomponente erhalten wie der andere. Diese Reibungskräfte müssen sich daher in der Summe zu Null ergänzen.

Eine weitere hierher gehörige Aufgabe besteht in der Ermittelung der Druckänderung längs eines Wasserfadens.

In Fig. 9 sind zwei Normalschnitte eines Wasserfadens dargestellt, deren Abstand ds bei der Geschwindigkeit c in der Zeit

15) $$dt = \frac{ds}{c}$$

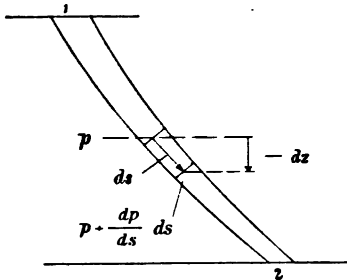


Fig. 9.

zurückgelegt werden würde. Man kann auch ds als Höhe eines unendlich kleinen Cylinders betrachten, welchen der Fadenquerschnitt dF in der Zeit dt beschreibt. Das Gewicht dieses Cylinders ist $\gamma\, dF\, ds$ und seine Schwerkraftkomponente in Richtung der Bahn $\gamma\, dF\, ds \sin\alpha$, wofür, da $ds \sin\alpha = -dz$, gesetzt werden kann:

$$-\gamma\, dF\, dz.$$

Ausserdem wirkt auf den kleinen Cylinder die treibende Druckkraft

$$p\, dF,$$

die widerstehende

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial s}\, ds\right) dF.$$

Die Resultante der drei Kräfte ruft die Beschleunigung $\frac{dc}{dt}$ hervor, wonach folgt:

$$\frac{1}{g}\frac{dc}{dt} = \frac{-\gamma\, dF\, dz + p\, dF - (p + \frac{\partial p}{\partial s} ds)\, dF}{\gamma\, dF\, ds},$$

oder, da $p = \gamma h$,

$$\frac{1}{g}\frac{ds}{dt} dc = - dz - \frac{\partial h}{\partial s} ds.$$

Unter Hinzunahme von Gleichung 15) erhält man

$$\frac{1}{g} cdc + dz + dh = o,$$

eine leicht integrierbare Gleichung.

Durch Integration vom Punkte 1 bis zu einem beliebigen Punkte zwischen 1 und 2 erhält man

16) $$\frac{c^2}{2g} + z + h = \frac{c_1{}^2}{2g} + z_1 + h_1,$$

eine Gleichung, nach welcher man leicht die Druckhöhe h für den ganzen Verlauf des Wasserweges berechnen kann, wenn sämtliche c bekannt sind.[1] Insbesondere findet man die Leitkanal-Überdruckhöhe als

17) $$h_1 - h_2 = z_2 - z_1 + \frac{1}{2g}(c_2{}^2 - c_1{}^2).$$

Hierbei ist die Flüssigkeitsreibung noch unberücksichtigt geblieben. Ihr, im Gegensatz zur vorigen Aufgabe, sehr merklicher Einfluss vergrössert $h_1 - h_2$ um einen Betrag, welcher Widerstandshöhe genannt wird, und zur Zeit nur ziemlich roh empirisch in Rechnung gestellt werden kann. Unter sonst gleichen Verhältnissen ist erfahrungsgemäss die Widerstandshöhe nahe proportional dem Quadrate der grössten in dem Kanal vorkommenden Geschwindigkeit. Ist diese c_2, so setzt man daher meist

$$\text{Widerstandshöhe} = \zeta \frac{c_2{}^2}{2g}$$

und nennt ζ den Widerstandskoëfficienten, eine Zahl, welche für Turbinenkanäle zwischen

$$\zeta = 0{,}05 \text{ und } \zeta = 0{,}1$$

liegt. Ein Weg zur genaueren Ermittelung von ζ ist in Kap. XI. angedeutet.

---

1) Für den möglichen Fall, dass h kleiner wird als 10 m (Druck der Atmosphäre) wird auf die bezügliche Bemerkung S. 9 verwiesen.

Unter Eingehen auf die Widerstände schreibt sich Gleichung 17)

18) $$h_1 - h_2 = z_2 - z_1 + \frac{1}{2g}\left[(1 + \zeta)\, c_2^{\,2} - c_1^{\,2}\right].$$

Betrachtet man die Vorgänge im Leitkanal als Energiewandlungen, so stellt dar:

$z_2 - z_1$ die Zunahme der potentiellen Energie (hier negativ),

$\frac{1}{2g}(c_2^{\,2} - c_1^{\,2})$ die Zunahme der kinetischen Energie,

$h_2 - h_1$ die Energie, welche auf dem Wege 1 bis 2 in der Stromrichtung durch das Flüssigkeitsteilchen an vorausgehende Teilchen übertragen, wenn negativ von nachfolgenden aufgenommen worden ist,

$\zeta \frac{c_2^{\,2}}{2g}$ die Energie, welche auf dem Wege 1 bis 2 durch Reibung in Wärme verwandelt worden ist, welche dem Wasser zum grössten Teil noch anhaftet, dessen Temperatur jedoch nur unmerklich erhöht. Sämtliche Werte beziehen sich auf 1 kg Wasser.

Kapitel II.

Die Vorgänge im Arbeitskanal.

Der Arbeitskanal unterscheidet sich vom Leitkanal in der Form nicht oder unwesentlich, in der Wirkung jedoch dadurch, dass er in Bewegung ist. Diese besteht bei den sogenannten Axialturbinen in Drehung um eine meist lotrechte, also zu unserem Z parallele Axe, bei den Radialturbinen um eine zur Ebene der Kanalkrümmung normale Axe. Der Unterschied zwischen beiden verschwindet bei sehr grossem Radius. Die geradlinige Parallelbewegung eines Kanals ist sonach der Grenzzustand, in welchem sich beide Gattungen berühren. Mit diesem befassen wir uns zunächst.

Der in Fig. 10 dargestellte Kanal bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit v von links nach rechts, während ein stetiger Wasserstrom, V cbm oder G kg pro Sekunde, durch ihn hindurchströmt. Wie das Wasser ein- und austritt, bleibe in diesem Kapitel noch unentschieden.

Aus der Kanalform folgt, wenn der Kanalquerschnitt vollständig mit Wasser gefüllt, der Strahl also geschlossen ist, zunächst die relative Geschwindigkeit u, in Analogie mit Kap. I, aus der Beziehung

$$V = F u \sin \beta,$$

Fig. 10.

unter F wieder den horizontalen Strahlquerschnitt, unter β den in Fig. 10 eingeschriebenen spitzen oder stumpfen Winkel verstanden, welchen man in positivem Sinn beschreibt, wenn man v in die Richtung von u dreht. Mit der Abkürzung $u \sin \beta = u_x$ erhält man analog mit Gleichung 1)

$$V = F u_x.$$

Fig. 11.

Zeichnet man in Fig. 11 mit U als Anfangspunkt das Polardiagramm $u = f(\beta)$ und macht die Strecke CU in demselben Massstab gleich und parallel mit v, so sind die Strahlen, welche den Punkt C mit den Punkten der Geschwindigkeitskurve 3—4 verbinden, die verschiedenen beim Durch-

gang durch den Kanal vorkommenden absoluten Geschwindigkeiten zwischen den Grenzwerten c_3 und c_4. Die Kurve 3—4 kann demnach sowohl als Kurve der relativen Geschwindigkeiten u, wie als Kurve der absoluten Geschwindigkeiten c betrachtet werden. Auch eine mit Benutzung von u gefundene Reihe von Zeitpunkten gilt gleichzeitig für c, und sonach ist bei gleichförmiger Parallelbewegung des Laufkanals die Beschleunigung der relativen auch die der absoluten Geschwindigkeit.

Bei offenen, d. h. teilweise mit Luft gefüllten Kanälen, in denen sich ein freier Strahl bewegt, ist nicht die Reihenfolge der Strahlquerschnitte, also auch nicht die Reihenfolge der Geschwindigkeiten gegeben. Statt dessen sind jedoch Grösse und Richtung der Beschleunigung bekannt. Diese setzt sich zusammen aus der konstanten Beschleunigung der Schwere $g = 9{,}81$ m/sek² und aus der Normalbeschleunigung $\frac{u^2}{\varrho}$, unter ϱ den Krümmungsradius des mittleren Wasserfadens an der betreffenden Stelle verstanden. Erstere ist stets senkrecht, letztere normal zur Kanaltangente gerichtet, genauer, zur Tangente an den mittleren Wasserfaden. Hierzu kommt noch der Reibungswiderstand, welcher jedoch noch nicht genau genug bekannt ist, um anders als summarisch für die ganze Kanallänge berücksichtigt zu werden. Meist kann man ihn ohne grossen Fehler gleichzeitig mit g vernachlässigen (vergl. S. 8). Dann wird die Geschwindigkeitskurve für u ein Kreis mit der Eintrittsgeschwindigkeit u_3 als Radius.

Da auch hier die Beschleunigungen für u und c identisch sind, so lassen sich sowohl für geschlossene wie für freie Strahlen die im vorigen Kapitel aus den Beschleunigungen abgeleiteten Sätze über die nach den verschiedenen Richtungen wirkenden Flüssigkeitsdrucke und über die Änderungen des Druckes längs dem mittleren Wasserfaden ohne weiteres übertragen.

Analog mit Gleichung 11) findet sich also

$$-K_x = \frac{G}{g}(u_{4x} - u_{3x})$$

oder, da $u_{4x} - u_{3x} = c_{4x} - c_{3x}$, auch

$$-K_x = \frac{G}{g}(c_{4x} - c_{3x}).$$

Trifft man für die nach X gerichteten Komponenten der Geschwindigkeit, also für u_x und c_x die Bestimmung, dass sie positiv zu nehmen sind im Sinne von v (s. Fig. 12), so ergeben sich für u_x positive Werte, wenn $\beta < 90^0$, negative, wenn $\beta > 90^0$ ist. Dasselbe gilt für c_x mit Bezug auf α, doch ist dessen Wert nur ausnahmsweise grösser als 90^0.

Die hydraulische Reaktionskraft $-K_x$ ist nach $-X$ gerichtet, wenn $c_{4x} > c_{3x}$, was bei dem Leitkanal, Fig. 2, der Fall war. Hier, bei dem Arbeitskanal, ist jedoch $c_{4x} < c_{3x}$; deshalb empfiehlt sich mehr die Schreibweise

$$K_x = \frac{G}{g}(c_{3x} - c_{4x}).$$

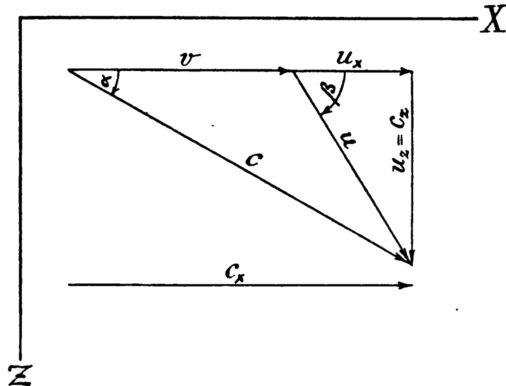


Fig. 12.

Nach S. 10 ist $+K_x$ die im Sinne von v wirkende Triebkraft, welche das Wasser auf den Kanal ausübt. Multipliciert man dieselbe mit v, so erhält man die übertragene mechanische Arbeit (Energie)

$$A = K_x v \text{ kgm}.$$

Bezeichnet a die Energie, welche 1 kg Wasser beim Durchgang durch das Laufrad an dieses abgiebt, so ist offenbar

19) $$a = \frac{1}{g}(c_{3x} - c_{4x})\, v.$$

Nennen wir $c_{3x} - c_{4x}$ den wirksamen Geschwindigkeitsfall, so lautet Gleichung 19) in Worten:

Die Energie, welche 1 kg Wasser auf das Rad einer Turbine von unendlich grossem Radius überträgt, ist gleich dem Produkt aus seiner Masse[1]), dem wirksamen Geschwindigkeitsfall und der Radgeschwindigkeit.

Für den wichtigen, weil häufigen Fall, $c_{4x} = o$, wird:

20) $$a = \frac{1}{g} c_{3x}\, v$$

oder

20 a) $$a = \frac{v}{g} c_3 \cos \alpha_3.$$

Analog zu Gleichung 13) schreibt sich der zu v normal gerichtete Horizontal-Druck des Wassers auf das Laufrad

21) $$K_y = \frac{G}{g}(c_3 \quad - c_{4y}).$$

1) Dabei ist als Masseneinheit ein Körper vom Gewicht g kg angenommen, d. h. die in der Technik noch meist gebräuchliche Einheit.

Diese Kraft hat, wenn sie von Null verschieden ist, nur bei solchen Turbinen praktische Wichtigkeit, deren Rad einseitig partiell beaufschlagt wird (s. S. 28). Sie wird durch den Widerstand der Axe im Gleichgewicht gehalten und bedingt sonach seitliche Axbelastung und Zapfendrücke.

Nach Massgabe von Gleichung 14) ist die senkrechte hydraulische Belastung des Laufrades

22) $$K_x = \frac{G}{g}(c_{3x} - c_{4x}) + \gamma J_3^4 + F_3 p_3 - F_4 p_4 .$$

J_3^4 ist hier das Volum des in dem Laufrad befindlichen Wassers. K_x ist eine Kraft, welche sich zu den Gewichten der rotierenden Massen auf der Radwelle addiert und mitbestimmend ist für die Spurzapfenbelastung.

Der absolute Wasserweg, d. h. diejenige Linie, welche ein Wasserteilchen infolge seiner Bewegung in und mit dem Kanal beschreibt, lässt sich mit Hilfe der Zeitteilung des mittleren Wasserfadens leicht konstruieren. In der Teilzeit t, welche sich aus der mit Gleichung 6) analog gebildeten Gleichung

23) $$x_3 - x_4 = (\tfrac{1}{2} c_{3x} + c_{3,1x} + c_{3,2x} + \cdots + c_{3,9x} + \tfrac{1}{2} c_{4x})\, t$$

berechnet, legt der Kanal den Teilweg $= vt$ zurück.

Da nun ein im mittleren Faden laufendes Wasserteilchen, von dem Zeitpunkt seines Eintritts an gerechnet, nach dem ersten Zeitteil mit dem Kanal um vt, nach dem zweiten um $2vt$ vorwärts gekommen ist u. s. f., so findet sich der absolute Weg, indem man diese Strecken an die Zeitpunkte des relativen Weges anträgt, wie in Fig. 10 geschehen. Für ein bei 3 eintretendes Wasserteilchen ist also die Kurve 3—4′ der absolute Weg.

Die vorstehenden Entwickelungen für Parallelbewegung lassen sich ohne grossen Fehler für Axialturbinen verwenden, obgleich bei denselben der mittlere Faden auf einer Cylinderfläche liegt, also eine Raumkurve ist. Die wichtigste Abweichung besteht darin, dass das Wasser eine nach der Drehaxe gerichtete Beschleunigungskomponente

24) $$-\varphi_r = \frac{c_x^2}{r}$$

erhält, unter r den Radius des eben erwähnten Cylinders verstanden. Infolge dieser Radialkomponente, welche auch aus dem räumlichen Ge-

schwindigkeitsriss gefunden werden könnte (s. Fig. 36), ist längs eines Radius der Druck nicht konstant. Es ist vielmehr das Ansteigen des Druckes (vergl. Anm. S. 7) von innen nach aussen

$$\frac{dh}{dr} = -\frac{\varphi_r}{g} = \frac{c_x{}^2}{gr}. \tag{25}$$

Bezeichnet h_a den Druck an der äusseren, h_i an der inneren Kanalgrenzwand, so ist

$$h_a - h_i = \frac{1}{g}\int_{r_i}^{r_a} \frac{c_x{}^2}{r}. \tag{26}$$

Berechnen lässt sich dieser Wert natürlich nur dann, wenn c_x als Funktion von r gegeben ist. Eine Anwendung hiervon findet sich in Kap. IV.

Ist μ der Winkel, welchen die Linie gleichen Druckes in einer zur Drehaxe normalen Ebene mit dem Radius bildet, φ_x die tangentiale Beschleunigung des Wassers, so findet sich leicht

$$\operatorname{tang} \mu = \frac{\varphi_r}{\varphi_x} = \frac{c_x{}^2}{r\varphi_x}. \tag{27}$$

Die Druckabnahme $h_3 - h_4$ im mittleren Wasserfaden, d. i. die Laufrad-Überdruckhöhe, kann nach Analogie von Gleichung 18) berechnet werden zu

$$h_3 - h_4 = z_4 - z_3 + \frac{1}{2g}\left[(1+\zeta)\, u_4{}^2 - u_3{}^2\right]. \tag{28}$$

Für Radialturbinen lassen sich die Ergebnisse der Parallelbewegung deshalb nicht ohne weiteres verwenden, weil bei ihnen die Beschleunigung der absoluten Bewegung mit der Beschleunigung der relativen Bewegung nicht identisch ist, erstere vielmehr aus letzterer nach Coriolis durch Hinzufügung sogenannter Zusatzbeschleunigungen gewonnen wird. Dieser wichtige Zusammenhang möge kurz dargestellt werden.

Die Zusatzbeschleunigungen der relativen Bewegung bei Radialturbinen.

Zunächst werde an die folgenden Begriffe der Mechanik erinnert: Die Beschleunigung eines materiellen Punktes sei Null, er bewege sich also geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit c und lege in einer gewissen Zeit die Wegstrecke AB zurück. Ist die verflossene Zeit unendlich klein, so ist $AB = c\,dt$ ebenfalls unendlich klein.

Ist die Beschleunigung nicht Null, sondern φ, so vollzieht sich unter ihrem Einfluss auch in der Zeit dt schon eine Abweichung von der Bahn, welche darin besteht, dass der Punkt nicht nach B, sondern nach einem unendlich nahe dabei befindlichen Punkte C (s. Fig. 13) gelangt. Man nennt die Strecke BC, d. h. die Wirkung der Beschleunigung φ in der Zeit dt ihre Deviation, was sich mit dem in der Schifffahrtskunde gebräuchlichen Worte „Abtrift" übersetzen lässt. Würde ein anfangs ruhender Punkt plötzlich der Beschleunigung φ ausgesetzt, so legt er in der Zeit t den Weg $\frac{\varphi}{2} t^2$ zurück. Entsprechend ist die Abtrift $BC = \frac{\varphi}{2} dt^2$, als wäre c nicht vorhanden. Die Richtung der Abtrift stimmt mit der Beschleunigungsrichtung überein, sie ist ebenfalls von c unabhängig. Dasselbe gilt auch, wenn φ nicht die gesamte Beschleunigung, sondern nur eine Beschleunigungskomponente ist. Jeder Komponente entspricht eine gewisse Abtrift und der resultierenden Beschleunigung entspricht die geometrische Summe der Abtrift-Komponenten. [1])

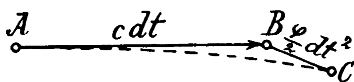


Fig. 13.

In Fig. 14 stelle nun AF einen unendlich dünnen Kanal als Ersatz für den mittleren Wasserfaden dar, welcher, mit M starr verbunden, sich um diesen Punkt dreht, während ein Wasserstrom mit veränderlicher, von der verschiedenen Weite abhängiger Geschwindigkeit u hindurch fliesst. Die Lage Fig. 14 entspreche der Zeit t. Ein Wasserteilchen in dem Punkte A besitze in diesem Augenblick eine absolute Geschwindigkeit c, welche sich aus v und u zusammensetzt, und welche, wenn sie sich nicht änderte, das Teilchen in der Zeit dt durch die Wegkomponenten vdt und udt nach dem Punkte B befördern würde. 4 Ursachen jedoch ändern die Bahn. Jede ist eine Beschleunigungskomponente, ihre Gesamtwirkung in der Zeit dt die resultierende Abtrift. Um diese Ursachen getrennt zu betrachten, sehen wir zunächst von der Drehung des Rades ab, nehmen vielmehr an, der ganze Kanal habe nur Parallelbewegung mit der Geschwindigkeit v. Dann bleibt nur die Beschleunigung der relativen Bewegung übrig, welche zwar wieder in Tangentialbeschleunigung und Normalbeschleunigung zerlegt werden kann, hier jedoch sofort in ihrer Gesamtgrösse eingeführt werden mag.

---

1) Die Abtrift ist, da sie dt im Quadrat enthält, eine unendlich kleine Grösse zweiter Ordnung, während der Weg cdt eine solche der ersten Ordnung ist.

Wird diese mit φ_u bezeichnet, so sei BC (Fig. 15) die entsprechende Abtrift $BC = \frac{\varphi_u}{2} dt^2$. Um den durch die Parallelbewegung AA' begangenen Fehler schrittweise zu beseitigen, möge zunächst der Kanalpunkt A auf den Kreis mit M als Mittelpunkt gebracht werden, den er in Wirklichkeit nicht verlässt. Es geschehe durch Parallelbewegung des Kanals um die Strecke $A'A''$ (s. Fig. 16). Da der ganze Kanal und mit ihm das in C befindliche Wasserelement an der Verschiebung teil nimmt, so erhält dieses eine neue Abtrift CD. Offenbar ist CD also auch $A'A''$ die Abtrift der gleichförmigen Kreisbewegung. Daher ist $CD = \frac{v^2 dt^2}{2r}$ $= \frac{1}{2} \omega^2 r dt^2$, unter ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades verstanden.

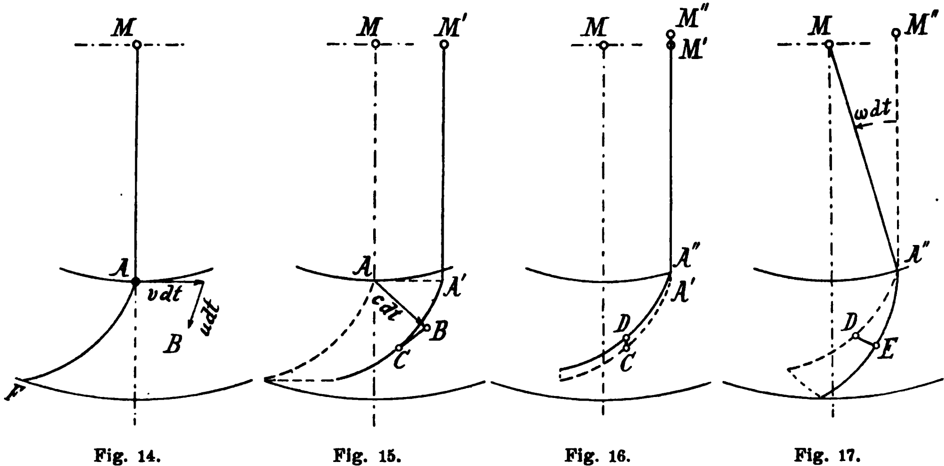


Fig. 14. Fig. 15. Fig. 16. Fig. 17.

Hierauf werde der Kanal um A'' soweit gedreht, bis der nach M'' gelangte Radmittelpunkt, der seine feste Lage nicht hätte verlassen dürfen, wieder in diese, d. h. nach M zurückkommt (s. Fig. 17). Der hierzu erforderliche Winkel ist ωdt und der Weg, um welchen das Wasserteilchen hierbei mitgenommen wird, $DE = \omega dt \;\, A''D$. Die hier als Radius auftretende Strecke $A''D$ ist von udt, einer unendlich kleinen Grösse erster Ordnung, nur durch die Abtriften, d. h. unendlich kleine Grössen zweiter Ordnung, verschieden, welche im Vergleich mit udt verschwinden; sonach kann gesetzt werden $DE = \omega dt \,.\, udt$, und die Streckengleichung

$$BE = BC \frown CD \frown DE$$

kann geschrieben werden, wenn φ_c die absolute Beschleunigung ist,

$$\frac{\varphi_c}{2}\,dt^2 = \frac{\varphi_u}{2}\,dt^2 \frown \frac{\omega^2 r\,dt^2}{2} \frown \omega u\,dt^2$$

oder

29) $$\varphi_c = \varphi_u \frown \omega^2 r \frown 2\omega u.$$

Man nennt $\omega^2 r$ und $2\omega u$ die Zusatzbeschleunigungen der relativen Bewegung. $\omega^2 r$ ist die Beschleunigung des Kanalpunktes, mit welchem das Wasserteilchen zur Zeit t zusammenfällt, vorliegenden Falles also die Centralbeschleunigung der Bewegung auf dem Kreise vom Radius r mit der Winkelgeschwindigkeit ω. Sie ist nach dem Kreismittelpunkt gerichtet. $2\omega u$ ist sowohl von der Winkelgeschwindigkeit ω des Rades als auch von der relativen Geschwindigkeit u abhängig und möge als zusammengesetzte Zusatzbeschleunigung oder kurz, Verbundbeschleunigung, bezeichnet werden. Sie ist normal zu u gerichtet und dem Sinne entsprechend, in welchem sich die Kanalstrecke udt um ihren Anfangspunkt dreht.

Fig. 18.

Für die Änderung des Druckes längs dem relativen Wasserweg ist nicht die ganze Beschleunigung, sondern nur die Projektion von φ_c auf die Richtung von u massgebend, welche auch als algebraische Summe der Projektionen der drei Komponenten φ_u, $\omega^2 r$, $2\omega u$ dargestellt werden kann (s. Fig. 18). Da die Normalkomponente von φ_u und die Verbundbeschleunigung eine zu u normale Richtung haben, so sind ihre Projektionen Null. Die Tangentialkomponente von φ_u, nämlich $\frac{du}{dt}$ kommt mit ihrem vollen Betrag zur Geltung, während die Centralbeschleunigung die Komponente $-\omega^2 r \sin\beta$ in die Richtung von u giebt, unter β den Winkel zwischen u und v verstanden. Die Summe der längs der Bahntangente stattfindenden Beschleunigungen ist sonach

$$OP = \frac{du}{dt} - \omega^2 r \sin\beta.$$

Analog wie bei der Herleitung von Gleichung 16) ist das Gewicht eines

zwischen zwei Normalschnitten im Abstand udt liegenden Wasserelementes

$$dG = \gamma dF\,udt,$$

seine Masse also

$$\frac{dG}{g} = \frac{\gamma}{g} dF\,udt,$$

und die treibende Kraft in der Richtung der Kanalmittellinie

$$-dF\frac{\partial p}{\partial s}ds.$$

Da die Beschleunigung in der Richtung von u auch ausgedrückt werden kann als Kraft dividiert durch Masse, und da $p = \gamma h$, so folgt

$$\frac{du}{dt} - \omega^2 r \sin\beta = -g\frac{dh}{dt}$$

oder

$$udu - \omega^2 r\,udt \sin\beta = -gdh.$$

$udt \sin\beta$ ist die Projektion des elementaren Wasserweges auf den Radius, sonach $udt \sin\beta = dr$, also

$$udu - \omega^2 rdr = -gdh.$$

Über die ganze Kanallänge integriert erhält man

30) $$h_3 - h_4 = \frac{1}{2g}(u_4{}^2 - u_3{}^2) - \frac{1}{2g}(v_4{}^2 - v_3{}^2).$$

Wie bei dem Leitkanal (s. Gleichung 18) vergrössert sich dieser Überdruck noch durch die Flüssigkeitsreibung, welche dem Quadrat der grössten relativen Geschwindigkeit proportional gesetzt werden kann. In der Regel ist dies u_4; man kann daher, von seltenen Ausnahmen abgesehen, unter Berücksichtigung der Reibung setzen

31) $$h_3 - h_4 = \frac{1}{2g}[(1+\zeta)u_4{}^2 - u_3{}^2 - v_4{}^2 + v_3{}^2].$$

Der **absolute Wasserweg** bei Radialturbinen wird mit Hilfe der Zeitteilung des mittleren Kanalfadens in ganz ähnlicher Weise gefunden wie für einen parallel bewegten Kanal. An Stelle der Gleichung 23) für die Höhe $z_3 - z_4$ tritt hier eine entsprechend gebildete Gleichung für die radiale Breite

32) $$\pm r_4 \mp r_3 = (\tfrac{1}{2}u_{3r} + u_{3,1r} + u_{3,2r} + \cdots + u_{3,9r} + \tfrac{1}{2}u_{4r})t,$$

in welcher die Grössen u_r radiale Geschwindigkeitskomponenten sind. Dieselben dürften mit gleichem Recht c_r geschrieben werden. Gleichung 32) dient, wenn $r_3 - r_4$ gegeben ist, zur Berechnung von t.

Im Unterschied zu den Axialturbinen ist hier der

$$\text{Teilweg} = r\omega t$$

eine mit r von innen nach aussen zunehmende Grösse (s. Fig. 19) und ωt der Winkel, um welchen sich das Rad in der Zeit t dreht.

Der Geschwindigkeitsriss kann hier verschieden dargestellt werden. Zieht man die Geschwindigkeitsstrahlen parallel zu den nach einander folgenden Tangenten in einer bestimmten Lage des Kanals, d. h. für ein in Ruhe befindliches Rad, so erhält man den Riss für die relativen Geschwindigkeiten Fig. 20, dessen Zeitpunkte durch ihre

Fig. 19.

Abstände Δu die relativen Beschleunigungen nach Grösse und Richtung bestimmen.

Zieht man dagegen die Strahlen parallel zu den Tangenten des absoluten Weges, so erhält man den Riss für die absoluten Geschwindigkeiten Fig. 21 und in den Abständen der Zeitpunkte die Bestimmungsgrössen Δc für die absoluten Beschleunigungen.

Unter Benutzung von Gleichung 29), welche mit hinreichender Annäherung auch für die endlichen Streckenpaare Δc und Δu gilt, kann man Δc auch aus dem relativen Geschwindigkeitsriss, Fig. 20, ableiten.

Auf Δc und Δu angewandt schreibt sich Gleichung 29)

$$\frac{\Delta c}{\mathrm{t}} = \frac{\Delta u}{\mathrm{t}} \frown \omega^2 r \frown 2\omega u$$

oder, da $\omega^2 r = v\,\omega$,

$$\Delta c = \Delta u \frown v\,\omega \mathrm{t} \frown 2 u \omega \mathrm{t}.$$

Die Ausführung der Konstruktion ist in Fig. 22 angedeutet.

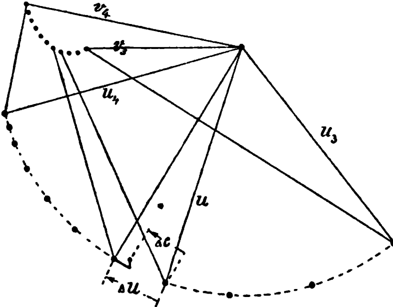


Fig. 20.

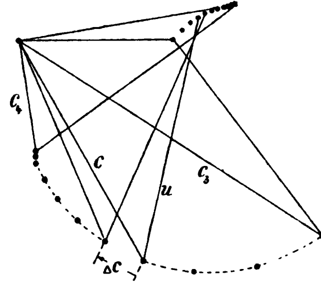


Fig. 21.

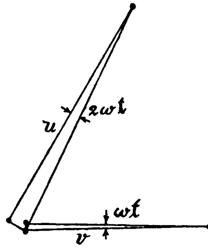


Fig. 22.

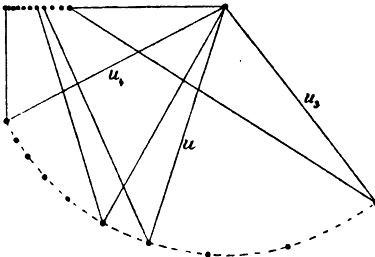


Fig. 23.

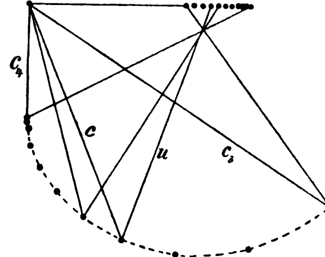


Fig. 24.

Da die Radpunkte, welche jeder Wassertropfen, sonach auch der relative und der absolute Wasserweg der Reihe nach durchläuft, verschieden gerichtete Umfangsgeschwindigkeiten haben, so können sich in

keinem der beiden Geschwindigkeitsrisse die verschiedenen v decken. Offenbar ist es aber möglich, die Geschwindigkeitsdreiecke in jedem der beiden Risse so zu drehen, dass diese Deckung stattfindet, (s. Figg. 23 u. 24.) Diese Darstellungen — sie mögen Parallelriss heissen — zeigen den richtigen Zusammenhang der u, v, c für jeden Zeitpunkt, doch hat die Kurve der Endpunkte keine unmittelbare Bedeutung hinsichtlich der Beschleunigungen. In den Parallelrissen erscheinen die Winkel α und β wie im Geschwindigkeitsriss Fig. 11, die radialen Komponenten $u_r = c_r$ sind sämtlich parallel, hier senkrecht, die tangentialen wagerecht. Erstere bilden bei gegebener Kanalform das bequemste Mittel, die u zu bestimmen nach der zu Gleichung 1) analogen Beziehung

$$V = F c_r = F u_r,$$

unter F einen zum Radius normalen Kanalquerschnitt verstanden, welcher, streng genommen, in einer Cylinderfläche liegt, jedoch meist als Ebene angenähert werden kann.

Zur Aufsuchung der Zeitteilung ist der Kanal durch Cylinderflächen in Teile gleichen Inhalts zu zerlegen, was nach Analogie des in Kap. I angegebenen Verfahrens leicht auszuführen ist.

Freistrahl-Turbinen.

Während für die bisher besprochenen Laufrad-Kanäle angenommen wurde, dass sie vollständig vom Wasser gefüllt sind, giebt es, wie S. 9 bemerkt, auch solche Laufräder, bei denen das Wasser nur einen Teil der Kanalquerschnitte ausfüllt, während der Rest Luft von atmosphärischer Spannung enthält. Hier folgt die Form des Geschwindigkeitsrisses nicht mit Notwendigkeit aus der Kanalform. Da jedoch für die luftberührte Strahlfläche der Druck konstant ist und sonach auch für den mittleren Wasserfaden sich nur wenig ändern kann, so darf $h_3 - h_4 = 0$ gesetzt werden, wonach für den ganzen Weg im Laufrad einer Axialturbine aus Gleichung 28) folgt

33) $$(1 + \zeta) u_4{}^2 - u_3{}^2 = 2g(z_3 - z_4),$$

für einen Teil des Weges, unter Vernachlässigung von ζ,

34) $$u^2 = u_3{}^2 + 2g(z_3 - z).$$

Die so gefundenen Geschwindigkeiten sind etwas zu gross, während bei Vernachlässigung von $z_3 - z_4$ die Geschwindigkeit u konstant, meist aber etwas zu klein wird. Letztere Annahme giebt für die Geschwindigkeitskurve einen Kreis und für die Zeitteilung auf dem mittleren Wasserfaden gleiche Bogenlängen. Ist nicht dieser, sondern die Schaufel

gegeben und die Strahlform gesucht, so bestimme man zum Zwecke allmählicher Annäherung für einige Punkte die Stahldicke nach Gleichung 1), indem man c_x aus einem Geschwindigkeitsriss entnimmt, welcher unter der Annahme gezeichnet ist, es wäre die Schaufelkurve der mittlere Wasserfaden. In den Wasserkörper, welcher sich so ergiebt, zeichne man nun den mittleren Faden ein, teile denselben in 10 gleiche Bogenteile und ziehe parallel zu den Teilpunkttangenten genauere Geschwindigkeitsstrahlen, um eventuell nach weiterer Berichtigung des mittleren Fadens das Verfahren nochmals zu wiederholen.[1])

Das entsprechende Verfahren für Radialturbinen mit freiem Strahl vollzieht sich ganz analog auf Grund von Gleichung 31) und bedarf keiner weiteren Erklärung. Vergl. Kap. V.

Für alle Freistrahl-Turbinen ist die Aufsuchung der Isobaren von Wichtigkeit, besonders aber für die axialen, doch wird erst später hierauf näher eingegangen s. Kap. IV.

Kapitel III.

Die Vorgänge an den Kanalgrenzen und die Übergangsverluste.

In diesem Kapitel soll besprochen werden, in welcher Weise sich der Eintritt in den Leitapparat, der Übergang aus diesem in das Laufrad und der Austritt aus letzterem vollzieht.

In den vorangehenden Kapiteln brauchte nur die lichte Raumform eines Kanals inbetracht gezogen zu werden.

Die materiellen Trennungsflächen einer Folge von Kanälen, die Schaufeln, bedingen jedoch durch ihre Dicke gewisse Beziehungen und Verluste, deren Erörterung hierher gehört.

Die Kanalweite a ist infolge der Schaufeldicke kleiner, als sie bei gleicher Mittenentfernung zweier Kanäle sein würde, wenn d (s. Fig. 25)

---

1) Fände keine Flüssigkeitsreibung statt, so würde der an der freien Oberfläche laufende Wasserfaden genau dem Gesetz folgen, welches in Gleichung 34) ausgedrückt ist. Der mittlere Faden erhält gleichbleibenden Druck nur dann, wenn die Strahldicken sich verhalten wie die Krümmungsradien der Schaufelkrümmung.

gleich Null wäre. Das Verhältnis $a:(a+d)$, welches angiebt, ein wie grosser Teil der Schaufelteilung als Kanalweite dient, also im Wasserkörper liegt, möge mit ν bezeichnet und Netzungsgrad genannt werden.

Enthält ein Kreis vom Halbmesser r $\varkappa$ Kanäle, die seinen Umfang vollständig ausfüllen, so ist

35) $$\nu 2\pi r = \varkappa a$$

oder, wenn die Teilziffer τ angiebt, der wievielte Teil des Umfangs mit Kanälen besetzt ist,

36) $$\tau \nu 2\pi = \varkappa a.$$

Ein von 1 verschiedener Wert für τ kann nur beim Leitrad vorkommen.

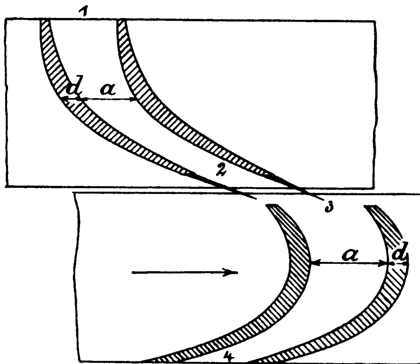


Fig. 25.

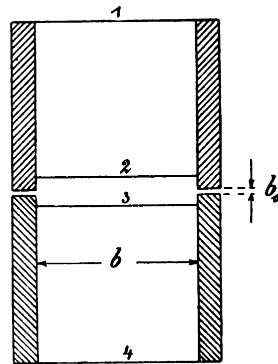


Fig. 26.

Man nennt τ auch den Beaufschlagungsgrad oder das Mass der partiellen Beaufschlagung.

Jedesmal, wenn das Wasser in einen Kanal eintritt und, wenn es denselben verlässt, finden Störungen in dem regelmässigen Strom des Wassers statt, welche mit Widerständen oder Energieverlusten verknüpft sind. Indem wir uns diese Verluste in den Punkten 1, 2, 3, 4 koncentriert denken, wollen wir sie bezeichnen als ersten, zweiten, dritten, vierten Übergangsverlust.

Im Punkte 1 findet in der Regel eine geringe Beschleunigung im Verhältnis $\nu_1 : 1$ statt. Werden die Schaufelkanten abgerundet, so lässt sich der erste Übergangsverlust so weit herabziehen, dass es nicht nötig ist, ihn in der Rechnung zu berücksichtigen.

Im Punkte 2, wo das Wasser den Leitkanal verlässt, gelangt es zwar in der Regel sogleich in den Laufkanal. Denkbar ist jedoch ein grösserer Zwischenraum, in welchem das Wasser einen im Verhältnis

$\nu_2 : 1$ vergrösserten Querschnitt findet, so dass die Komponente c_{2x} übergeht in $\nu_2 c_{2x}$. Da die Tangentialkomponente c_{2x} sich in dem schaufelfreien Zwischenraum nicht verändern kann, so ist der Verlust an lebendiger Kraft für 1 kg Wasser $(1 - \nu_2{}^2)\frac{c_{2x}{}^2}{2g}$.

Wenn z. B. $\nu_2 = 0{,}8$ und $\frac{c_{2x}{}^2}{2g} = 0{,}05$ des ganzen Spiegelgefälles ist, so wird dieser Verlust 0,36. 0,05 = 0,018. Die hier gemachten Annahmen sind so ungünstige, dass der in Rede stehende Verlust meist wesentlich kleiner sein dürfte. Bei einer allmählichen Verzögerung würde dem Verlust an lebendiger Kraft eine gleichwertige Steigerung des Druckes gegenüber stehen. Bei plötzlicher Querschnittsänderung entsteht die Verzögerung durch Mischung des aus den Leitkanälen mit der Geschwindigkeit c_2 ausströmenden Wassers mit Wasserfäden in der Verlängerung der Schaufeln, welche fast in Ruhe sind (s. Fig. 25). Die allmähliche Herstellung einer gleichmässigen mittleren Geschwindigkeit vollzieht sich durch Flüssigkeitsreibung, sonach unter Umsatz mechanischer Energie in Wärme, welche als Verlust zu betrachten ist. Ist derselbe auch nicht erheblich, so wird man doch darauf Bedacht zu nehmen haben, ihn durch geringe Dicke der Schaufelenden möglichst herab zu ziehen.

Wo die Kränze des Leitrades und des Laufrades sich berühren, entsteht eine Fuge, die nicht vollständig gedichtet werden kann, der sogenannte Kranzspalt (s. Fig. 26). Hier findet fast bei allen Turbinen ein Wasserverlust statt.

Ist h_s die Überdruckhöhe für den Kranzspalt, d. h. der Unterschied zwischen der Druckhöhe auf der Innen- und Aussenseite des Kranzes,

b_s die Spaltfugenweite,

r' und r'' die Radien der beiden Kranzfugen,

μ_s ein Ausflusskoefficient,

so ist das Volum des in der Sekunde verlorenen Wassers

$$V_s = 2\pi(r' + r'')b_s\mu_s\sqrt{2gh_s}.$$

Vergleicht man diesen Verlust mit der das Leitrad durchströmenden Wassermenge

$$V_2 = \nu_2\pi(r' + r'')b_2 c_{2x}$$

und bezeichnet σ, definiert durch

$$V_s : V_2 = \sigma,$$

als relativen Spaltwasserverlust, so wird

37) $$\sigma = 2\frac{\mu_s}{\nu_2}\frac{b_s}{b_2}\frac{\sqrt{2gh_s}}{c_{2x}}.$$

Zum Zwecke eines Überschlages darf man setzen

$$\mu_3 = \tfrac{1}{3}\,^{1)},\quad \nu_2 = \tfrac{4}{5},\quad \frac{b_s}{b_2} = 0{,}01,\quad c_{2x} = \tfrac{1}{5}\sqrt{2gz}\,.$$

Hierbei ist angenommen, dass b_s bei einer kleinen Turbine kleiner ausgeführt werden kann als bei einer grossen. z bedeutet abgekürzt das Spiegelgefälle $z_0 - z_5$. Mit diesen Zahlen findet man nach Gleichung 37)

38) $$\sigma = 0{,}04\sqrt{\frac{h_s}{z}}\,,$$

oder für das schon beträchtliche Überdruckverhältnis $h_s : z = \frac{1}{2}$

$$\sigma = 0{,}028\,.$$

Bei einer mit geringem Spaltüberdruck arbeitenden Turbine wird man im Vergleich mit einer gewöhnlichen Überdruckturbine hiernach, gute Ausführung vorausgesetzt, etwa 2 % mehr Aufschlagwasser ins Laufrad bekommen als bei einer Turbine vom Überdruckverhältnis $\frac{1}{2}$. Falls der Spaltdruck an den beiden Kränzen verschieden, nämlich h_s' und h_s'' ist, was bei den Axialturbinen unvermeidlich ist, hat man für $\sqrt{h_s}$ in Gleichung 37) zu setzen

$$\sqrt{h_s} = \tfrac{1}{2}\left(\sqrt{h_s'} + \sqrt{h_s''}\right).$$

Geht der Wasserstrom, nachdem er den Leitapparat verlassen hat, in das Laufrad weiter, ohne dass ein Wasserverlust stattgefunden hätte, so muss offenbar sein für $\tau = 1$

$$\varkappa_2 a_2 b_2 c_{2x} = \varkappa_3 a_3 b_3 c_{3x}$$

oder, da $\varkappa_2 a_2 = \nu_2\, 2\pi r_2$, $\varkappa_3 a_3 = \nu_3\, 2\pi r_3$ und $r_2 = r_3$

$$\nu_2 b_2 c_{2x} = \nu_3 b_3 c_{3x}\,,$$

also

$$\frac{c_{3x}}{c_{2x}} = \frac{\nu_2}{\nu_3}\,\frac{b_2}{b_3} \qquad \text{(s. Fig. 12)}$$

In Wirklichkeit ist wegen des Spaltwasserverlustes und wegen $u_x = c_x$

39) $$\frac{u_{3x}}{u_{2x}} = (1-\sigma)\frac{\nu_2}{\nu_3}\,\frac{b_2}{b_3}\,.$$

Durch diese Gleichung, welche von v unabhängig ist, werden sämtliche Relativgeschwindigkeiten im Laufrad bei gegebener Kanalform mit den Geschwindigkeiten im Leitrad verknüpft. Sie bildet die Grundlage

1) Dass μ_3 durch Anwendung winkelförmiger Kranzfugenschnitte verkleinert werden kann, wird hier als bekannt vorausgesetzt.

für den kombinierten Geschwindigkeitsriss und könnte daher Verbindungsgleichung genannt werden.

Wäre noch v gegeben, so könnte man zu jedem u_x aus dem Geschwindigkeitsriss u_x abgreifen, sodann nach der allgemein gültigen und mittelst Fig. 12 dargestellten Gleichung

$$40) \qquad c_x = u_x + v$$

c_x finden und aus c_x und c_x nun auch die absolute Geschwindigkeit c zusammensetzen.

Um eine treffende Vorstellung von den Vorgängen beim Eintritt des Wassers in das Laufrad zu gewinnen, welche den dritten Übergangsverlust beeinflussen, denke man sich als Beobachter in das Rad versetzt, etwa, als wäre es ein Eisenbahnzug. Dann scheint der Leitkanal eine Geschwindigkeit $-v$ zu besitzen, während das aus demselben kommende Wasser eine scheinbare Geschwindigkeit hat, welche sich aus c_2 und $-v$ zusammensetzt, und die wir mit u_2 bezeichnen können.

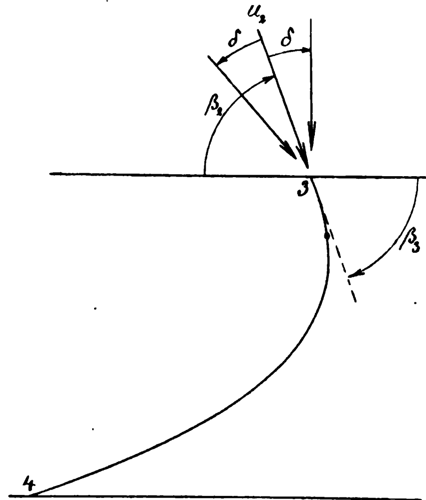


Fig. 27.

Offenbar wird sich der Eintritt in die Laufzelle am ungezwungensten vollziehen, wenn die Richtung von u_2 mit der Mittellinie des Laufkanals im Punkte 3 gleiche Richtung hat, (s. Fig. 27.) Man nennt dies den Eintritt ohne Stoss, eine Bedingung, welche in allen Turbinentheorien für nötig erachtet und, durch die Gleichungen

$$41) \qquad c_{3x} = c_{2x}, \quad c_{3x} = c_{2x}$$

ausgedrückt wird. Ist dieselbe nicht erfüllt, so muss der mit der relativen Geschwindigkeit u_2 in den Laufkanal eintretende Strom seine Richtung plötzlich ändern, wie ein stossender Körper.

Weisbach fand bei Versuchen mit Knierohren für den Druckhöhenverlust das Gesetz

$$\varDelta h = \zeta \frac{c^2}{2g},$$

unter ζ einen von dem Kniewinkel δ abhängigen, sogenannten Widerstandskoefficienten verstanden, für welchen er die Formel angiebt:

$$\zeta = 0{,}9457 \sin^2 \tfrac{1}{2}\delta + 2{,}047 \sin^4 \tfrac{1}{2}\delta .$$

Versucht man dieses Gesetz für die vorliegende, ähnliche Aufgabe anzuwenden, so erscheint es zur Vereinfachung zulässig, für kleine Werte von δ die Weisbach sche Formel zu ersetzen durch den Ausdruck

42) $$\zeta = \tfrac{1}{4}(\beta_3 - \beta_2)^2,$$

in welchem $\beta_3 - \beta_2$, ausgedrückt in Bogenmass, an die Stelle von δ getreten ist.

Hier ist u_3 die massgebende Geschwindigkeit, somit

$$\varDelta h = \tfrac{1}{4}(\beta_3 - \beta_2)^2 \frac{u_3^2}{2g} .$$

Der grösste Wert, der für $\frac{u_3^2}{2g}$ vorkommen kann, ist etwa $\frac{1}{2}\varkappa$ (bei Druckturbinen), während $\beta_3 - \beta_2$ kaum grösser wird als $\frac{1}{2}$, was einem Winkel von nicht ganz 30° entspricht.

Mit diesen Zahlen erhält man

$$\varDelta h = \tfrac{1}{4} \cdot (\tfrac{1}{2})^2 \cdot \frac{\varkappa}{2} = \tfrac{1}{32}\varkappa ,$$

und es zeigt sich, dass selbst bei extrem ungünstigen Verhältnissen der infolge plötzlichen Richtungswechsels entstehende Verlust an Druckhöhe nicht grösser ist als etwa 0,03 vom Spiegelgefälle.

Bei einer Überdruckturbine ist etwa $\frac{u_3^2}{2g} = 0{,}05$, daher für $\beta_3 - \beta_2 = \frac{1}{2}$

$$\varDelta h = \tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{1}{20} = \tfrac{1}{320} .$$

Hier ist also der Stossverlust so klein, dass er ganz vernachlässigt werden kann.

Obgleich die vorstehende Überschlagsrechnung auf Genauigkeit keinen Anspruch hat, so zeigt sie doch, dass es mit der Bedingung stossfreien Eintritts des Wassers nicht sehr genau genommen zu werden braucht, insbesondere dann nicht, wenn es Schwierigkeiten haben würde, sie ganz streng zu erfüllen, oder wenn aus Nebengründen irgend welcher Art eine Abweichung wünschenswert erscheinen sollte.[1])

Da der Stossverlust die Folge verstärkter Flüssigkeitsreibung ist, welche bei der plötzlichen Ablenkung der Wasserfäden entsteht, so gilt für denselben die Bemerkung S. 12, wonach die Gleichungen 11) bis 14) durch die Flüssigkeitsreibung nicht beeinflusst werden. Daher werden auch die Gleichungen in Kap. II ihre Gültigkeit behalten,

1) Zu demselben Ergebnis führen auch Fliegners Versuche zur Theorie der Reaktionsturbinen, Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure, Bd. 23.

insbesondere Geichung 19), nur ist, wenn c_{2x} von c_{3x} verschieden ist, nicht $c_{3x}-c_{4x}$, sondern $c_{2x}-c_{4x}$ der wirksame Geschwindigkeitsfall im Laufrad, tritt doch das Wasser thatsächlich mit c_{2x} ein, um in einer ersten, kleinen Zone, der Stosszone in c_{3x} übergeleitet zu werden.

Für den Fall eines nicht stossfreien Überganges würde daher für Gleichung 19) zu schreiben sein

43) $$a = \frac{1}{g}\,(c_{2x}-c_{4x})\,v;$$

und

$$a_s = \frac{1}{g}\,(c_{2x}-c_{3x})\,v$$

könnte als Stossarbeit für 1 kg Wasser bezeichnet werden.

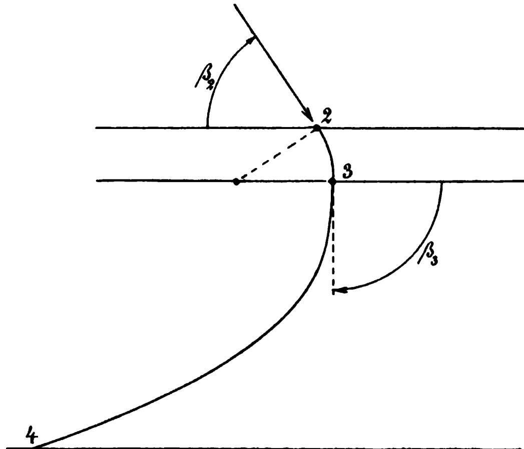


Fig. 28.

Fasst man die Stosszone auf wie ein Stück des Laufkanals, welches, wenn auch nicht geometrisch genau definierbar, so doch der Vorstellung zugänglich ist, so würde der Übergang der Richtung 2 des mittleren Wasserfadens in die Richtung 3 auf einer kleinen Kurve 2—3, Fig. 28, erfolgen, in welcher auch eine Druckänderung h_2 bis h_3 stattfinden müsste, welche sich aus der mit Gleichung 28) analog gebildeten Gleichung

44) $$h_2 - h_3 = z_3 - z_2 + \frac{1}{2g}\,(u_3^2 - u_2^2 + \zeta u_2^2)$$

berechnet, in welcher $z_3 - z_2$ meist verschwindend klein sein wird.

Ausser den bis jetzt genannten Übergangsverlusten giebt es noch einen, auf welchen, soviel mir bekannt ist, noch nicht hingewiesen worden ist.

Wenn die Bewegung des Wassers im Leitkanal nach den in Kap. I gemachten Voraussetzungen erfolgte, die Linien gleichen Druckes also den in Fig. 6 angedeuteten Verlauf hätten, und wenn auch im Laufkanal die entsprechenden Linien eine von v abweichende Richtung hätten, so würden beim Vorüberziehen der Arbeitskanäle vor den Leitkanälen die Leitfäden periodisch wechselnd bald in Arbeitsfäden mit schwächerem, bald in solche mit stärkerem Druck übergehen. Umgekehrt würde ein bestimmter Arbeitsfaden abwechselnd von Leitfäden verschiedenen Druckes gespeist werden. Diese Unregelmässigkeiten in der Stetigkeit der Strömung durch Rechnung zu verfolgen, erscheint wohl aussichtslos. Dass aber die Unstetigkeiten die Flüssigkeitsreibung beim Übergang vergrössern, unterliegt keinem Zweifel. Die hierdurch entstehenden Druckverluste werden offenbar um so kleiner ausfallen, je kleiner der Winkel ist, welchen die Linien gleichen Druckes, sowohl im Leitkanal, wie im Laufkanal mit der Spaltfläche bilden und je weniger dicht diese Linien, eine bestimmte Stufengrösse ihrer Druckunterschiede angenommen, auf einander folgen. An der Übergangsstelle sollte daher die Beschleunigung möglichst normal zu v gerichtet und möglichst klein sein. Es spricht dies gegen die gleichmässige Vertheilung der Arbeit über die ganze Schaufelhöhe, insbesondere auch gegen die parabolische Form der Schaufelkrümmung, welche mehrfach, z. B. von Fink und v. Reiche, empfohlen worden ist; dagegen werden geradlinige Verlängerungen, wie sie vielfach für die Leitschaufeln üblich sind, im Prinzip gerechtfertigt. Wir folgern aus vorstehender Überlegung, dass die Zeitteilung im Geschwindigkeitsriss ungleichmässig sein, und besonders kleine Strecken in der Nähe der Punkte 2 und 3 haben soll, damit nicht schon beim Eintritt und nicht noch beim Austritt des Wassers eine starke Ablenkung erfolgen muss, die Arbeit also mehr auf die mittleren Teile der Schaufel verlegt wird. Genauere Vorschriften für die Zeitteilung zu geben, bin ich nicht in der Lage; vielleicht wird aber der Weg des experimentellen Vergleichs nach dieser Richtung aufklären; vielleicht genügen auch schon die Erfahrungen der Turbinenfabriken mit verschiedenen Schaufelformen, um auf dem Wege der Analyse (Kap. I u. II) das Gute vom Schlechten, das Bessere vom Guten zu unterscheiden.

So lange nicht eine erfahrungsgemäss bessere Zeitteilung angegeben werden kann, glaube ich folgende Regel empfehlen zu dürfen. Man suche durch Rechnung oder Zirkelteilung den fünfzigsten Teil der Bogenlänge 1—2 oder 3—4 der Geschwindigkeitskurve und mache die einzelnen Teilstrecken: 1, 3, 5, 7, 9, 9, 7, 5, 3, 1 Fünfzigstel der Bogenlänge,

so dass also die Teile, von jedem Ende der Geschwindigkeitskurve beginnend, nach der Mitte zu in arithmetischer Progression zunehmen. Nicht wesentlich verschieden hiervon ist die in Fig. 11 benützte Teilung, welche man erhält, wenn man über der gestreckten Bogenlänge der Geschwindigkeitskurve einen Halbkreis schlägt, diesen in zehn gleiche Teile teilt, und die Teile auf den Durchmesser projiciert.

Den Abstand zwischen den Leitschaufeln und Radschaufeln pflegt man allgemein möglichst klein zu nehmen, doch hat sich aus der Betrachtung der Übergangsverluste kein zwingender Grund dafür ergeben. In der That arbeiten auch manche Turbinen ohne Nachteil mit beträchtlichen Zwischenräumen, die sich natürlich nicht auf die Kranzfuge ausdehnen dürfen. Insbesondere ist dies der Fall bei Turbinen mit stellbaren Leitschaufeln (s. Kap. IX).

Das Verhalten des Wassers beim Eintritt in den Laufkanal ist, abgesehen von den schon besprochenen Unregelmässigkeiten, nur noch durch die Dicke der Schaufeln bei 3 bedingt. Die hierdurch eintretende Beschleunigung verursacht nur geringe Energieverluste, welche wie diejenigen im Punkte 1 vernachlässigt werden können.

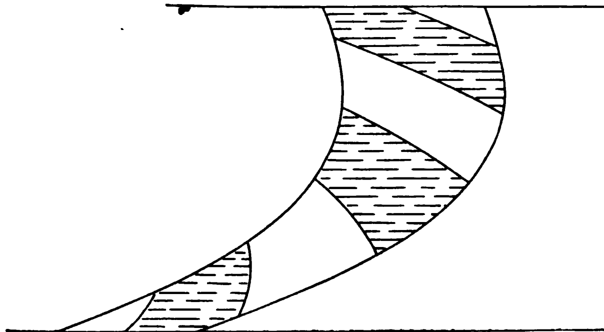


Fig. 29.

Wären die Wassermengen, welche aus den nach einander folgenden Leitzellen kommen, abwechselnd verschieden gefärbt, so würden sie beim Durchgang durch einen Laufkanal etwa das in Fig. 29 dargestellte Augenblicksbild ergeben, dessen Schraffur die Farbe ersetzt. Die jeweilige Füllung eines Laufkanals setzt sich also aus Teilen zusammen, welche verschiedenen Leitkanälen entstammen und sich in Linien berühren, die anfangs gerade und nach dem Winkel α_2 gerichtet sind,

später aber in Kurven übergehen, welche ungefähr der Abbildung entsprechen dürften.

Es erübrigt noch, den Austritt des Wassers aus den Arbeitskanälen und dabei den vierten Übergangsverlust zu besprechen. Hier wiederholen sich die Vorgänge, wie sie beim Austritt aus den Leitkanälen stattfinden, so auch die Geschwindigkeitsverluste infolge der Schaufeldicken, abhängig von v_4 und c_{4x}, vorausgesetzt, dass das Wasser in einer zusammenhängenden Masse weiterfliesst. Bei freihängenden Turbinen wird dieser Verlust am grössten, auch ist hier das Gefälle z_4-z_5 verloren. Damit das Wasser mit möglichst gleichmässigem Druck das Rad verlässt, wird auch bei 4 die Beschleunigung gering sein müssen, worauf bei der empfohlenen Teilungsregel S. 34 bereits Rücksicht genommen ist.

Die Grösse des austretenden Wasservolums hängt bei gegebenem Rad nur von c_{4x} ab. Die tangentiale Komponente c_{4x} hingegen kann nicht die Menge, sondern nur die lebendige Kraft des Wassers beeinflussen. Offenbar ist diese für eine gegebene Menge am kleinsten für

45) $$c_{4x} = 0 \text{ oder } \alpha_4 = 90^0.$$

Aus diesem Grund wird in der Regel für den normalen Gang die Bedingung gestellt, dass die Richtung von c_4 zu v normal sei (vergl. S. 17). Auch diese Bedingung, wenn gleich an sich zweckmässig, braucht nicht mit aller Strenge innegehalten zu werden, wenn besondere Gründe dagegen sprechen.

Kapitel IV.

Berechnung der Axialturbinen.

Die Betrachtungen des vorigen Kapitels haben gezeigt, dass für die Geschwindigkeitsrisse des Leitrades und des Laufrades zwei Verknüpfungen bestehen, die eine für die zu v normale Komponente c_x oder u_x, welche durch die stets erfüllte Verbindungsgleichung 39) ausgedrückt wird, die andere für c_x, enthalten in Gleichung 41).

Ausserdem ist in der Regel Gleichung 45) wenigstens näherungsweise zu erfüllen.

Da nun ferner nach Gleichung 18) h_1-h_2, nach Gleichung 44)

$h_2 - h_3$ und nach Gleichung 28) $h_3 - h_4$ ausgedrückt ist, so giebt die Summation dieser drei Gleichungen

$$46)\ h_1 - h_4 = z_4 - z_1 + \frac{1}{2g}(c_2^2 - c_1^2 + u_4^2 - u_2^2 + \zeta' c_2^2 + \zeta'' u_2^2 + \zeta''' u_4^2).$$

Von den in den drei letzten Gliedern vorkommenden Widerstandskoefficienten ζ', ζ'', ζ''' bezieht sich der erste auf die Druckverluste im Leitkanal, der zweite auf die Verluste durch Stoss beim Übergang, der dritte auf die Verluste im Laufkanal. ζ' und ζ''' können mit 0,05 bis 0,1 veranschlagt werden, um so höher, je weniger sorgfältig die Kanäle ausgeführt sind. In diesen Zahlen mögen auch die von der Lage der Drucklinien abhängigen Verluste mit inbegriffen sein, welche S. 34 erwähnt wurden. ζ'' kann nach Gleichung 42) beurteilt werden und wird besonders bei unnormalem Gang der Turbinen zu berücksichtigen sein.

Nachdem aus Gleichung 43) die Arbeit von 1 kg Wasser und aus Gleichung 46) der Druckunterschied $h_1 - h_4$ berechnet werden kann, wenn der Geschwindigkeitsriss gegeben ist, bedarf es nur noch der Betrachtung einiger Vorgänge, welche sich im Wasser ausserhalb des Weges 1—4 vollziehen, um den sogenannten hydraulischen Wirkungsgrad η_h der Turbine zu ermitteln.

Bezeichnet z_0 die Höhe des Oberwasserspiegels, gemessen vor Eintritt in den Turbinenrechen, z_5 die Höhe des Unterwasserspiegels, so ist $z_0 - z_5$ das Spiegelgefälle, später mit z bezeichnet, sobald für z die Bedeutung einer veränderlichen Koordinate nicht mehr in Frage kommen kann.

Wenn 1 kg Wasser aus dem Zulaufstrom in den Ablaufstrom gelangt, so vermindert sich seine mechanische Energie um das Spiegelgefälle $z_0 - z_5$. Wenn es gelänge, diesen Betrag in voller Grösse dem Laufrad mitzuteilen, so würde die hydraulische Wirkung eine vollkommene sein. Überträgt das Wasser statt dessen nur a kgm, so ist der hydraulische Wirkungsgrad

$$47)\qquad \eta_h = \frac{a}{z_0 - z_5}.$$

Ein Ausdruck für a ist bereits in Gleichung 43) gefunden. Einen zweiten, lediglich in der mathematischen Form verschiedenen liefert die folgende geometrische Betrachtung. Nach Fig. 12 ist

$$c_{4x} = u_{4x} \quad \text{oder} \quad c_4^2 - c_{4x}^2 = u_4^2 - u_{4x}^2,$$
$$u_{2x} = c_{2x} \quad \text{oder} \quad u_2^2 - u_{2x}^2 = c_2^2 - c_{2x}^2,$$

sonach, wenn beide Gleichungen addiert werden,

$$c_{2x}^2 - u_{2x}^2 - (c_{4x}^2 - u_{4x}^2) = c_2^2 - c_4^2 + u_4^2 - u_2^2,$$
$$(c_{2x} - u_{2x})(c_{2x} + u_{2x}) - (c_{4x} - u_{4x})(c_{4x} + u_{4x}) = c_2^2 - c_4^2 + u_4^2 - u_2^2.$$

Nun ist nach Gleichung 40)

$$c_{2x} - u_{2x} = v \text{ und } c_{4x} - u_{4x} = v,$$

also

$$v\,(c_{2x} - c_{4x} + u_{2x} - u_{4x}) = c_2{}^2 - c_4{}^2 + u_4{}^2 - u_2{}^2.$$

Da aber mit Rücksicht auf die Vorzeichenvereinbarung (vergl. S. 16)

$$u_{2x} - u_{4x} = c_{2x} - c_{4x},$$

so folgt

$$2v\,(c_{2x} - c_{4x}) = c_2{}^2 - c_4{}^2 + u_4{}^2 - u_2{}^2$$

und damit die Nebenform zu Gleichung 43)

48) $$a = \frac{1}{2g}\,(c_2{}^2 - c_4{}^2 + u_4{}^2 - u_2{}^2).$$

Das in Gleichung 47) ausser a noch vorkommende Spiegelgefälle $z_0 - z_5$ würde bereits durch $h_1 - h_4$ bedingt, also durch Gleichung 46) gegeben sein, wenn nicht einige Verluste im Zulauf und im Ablauf noch zu berücksichtigen wären.

Ist h_0 die Druckhöhe am Oberspiegel, entsprechend dem daselbst herrschenden Luftdruck, c_0 die Zuflussgeschwindigkeit im Oberkanal, so kann falls diese ohne Zwischenverzögerung in c_1 übergeht, ein dabei etwa stattfindender Reibungsverlust als geringfügig vernachlässigt oder als Verkleinerung des Spiegelgefälles in Rechnung gestellt werden, wonach dieser Verlust in dem Ansatz nicht besonders zu bezeichnen ist.

Man erhält dann

49) $$h_0 - h_1 = z_1 - z_0 + \frac{1}{2g}\,(c_1{}^2 - c_0{}^2).$$

Es sei ferner h_5 die Druckhöhe am Unterspiegel, c_5 die Abflussgeschwindigkeit im Unterkanal, welche meist kleiner ist als c_4, und w eine Geschwindigkeit, welche das Wasser haben müsste, damit seine lebendige Kraft $\frac{w^2}{2g}$ für 1 kg dem Energieverlust durch innere Reibung vom Austritt aus dem Laufrad bis zum Abfluss mit der Geschwindigkeit c_5 gleich gesetzt werden kann. Wir nennen w Widerstandsgeschwindigkeit und $\frac{w^2}{2g}$ Gefällverlust auf dem Wege 4—5. Wenn nicht eine allmähliche Überführung aus c_4 in c_5 stattfindet, so kann dieser Verlust gleich $\frac{c_4{}^2}{2g}$ werden, und, wenn ausserdem noch $z_4 > z_5$ ist, und die Turbine ohne Saugerohr frei über dem Unterwasser hängt, so erscheint

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{c_4{}^2}{2g} + (z_4 - z_5)$$

als Maximum des möglichen Gefällverlustes. Bei stetigem Übergang kann w wesentlich kleiner werden. Wird diese Veränderlichkeit durch den Faktor ζ'''' ausgedrückt, welcher etwa zwischen 0,1 und 1 schwanken kann, so ist allgemein für frei hängende Turbinen

50) $$\frac{w^2}{2g} = \zeta'''' \frac{c_4^2}{2g} + (z_4 - z_5),$$

für Stauwasserturbinen oder Rohrturbinen

51) $$\frac{w^2}{2g} = \zeta'''' \frac{c_4^2}{2g}.$$

Hiernach ergiebt sich, analog zu Gleichung 49)

52) $$h_4 - h_5 = z_5 - z_4 + \frac{1}{2g}(c_5^2 - c_4^2 + w^2).$$

Aus den Gleichungen 46), 49), 52) folgt, wenn $c_0 = c_5$ gesetzt wird, was, falls es nicht ganz zutreffen sollte, doch die Richtigkeit wenig beeinflusst, und unter Vernachlässigung des äusserst geringen atmosphärischen Druckunterschiedes zwischen h_0 und h_5, für das Spiegelgefälle

53) $$z_0 - z_5 = \frac{1}{2g}[c_2^2 - c_4^2 + u_4^2 - u_2^2 + \zeta' c_2^2 + \zeta'' u_2^2 + \zeta''' u_4^2 + w^2].$$

Führt man die Werte aus Gleichung 48) und Gleichung 53) in Gleichung 47) ein, so erhält man

54) $$\eta_h = \frac{c_2^2 - c_4^2 + u_4^2 - u_2^2}{c_2^2 - c_4^2 + u_4^2 - u_2^2 + \zeta' c_2^2 + \zeta'' u_2^2 + \zeta''' u_4^2 + w^2}.$$

Bezeichnet c_i die dem Spiegelgefälle entsprechende Fallgeschwindigkeit, definiert durch die Gleichung

55) $$c_i = \sqrt{2g(z_0 - z_5)},$$

so kann man Gleichung 53) auch folgendermassen schreiben:

56) $$c_i^2 = c_2^2 - c_4^2 + u_4^2 - u_2^2 + \zeta' c_2^2 + \zeta'' u_2^2 + \zeta''' u_4^2 + w^2.$$

Die Gleichung 56) kann als Hauptgleichung oder Bilanzgleichung der Axialturbinen bezeichnet werden. Sie enthält ausser c_i, welches in der Regel als gegeben zu betrachten ist (s. Gleichung 55), noch fünf Geschwindigkeiten:

$$c_2, \quad c_4, \quad u_2, \quad u_4, \quad w,$$

von denen vier angenommen werden können, oder zwischen denen vier weitere Bedingungen bestehen oder gewählt werden dürfen, während die fünfte Geschwindigkeit aus der Gleichung selbst folgt.

Es ist hierdurch möglich, eine Turbine den sehr verschiedenen,

natürlichen Wasserverhältnissen und Betriebsaufgaben anzupassen. Bedarf es auch einer gewissen Erfahrung, um über die so gegebene Freiheit zweckmässig zu verfügen, so können doch die meisten Annahmen auf Grund einfacher Erwägungen erfolgen, zu denen nachstehende Anleitungen dienen mögen.

Aus Gleichung 54) ist zunächst ersichtlich, dass η_h nur durch die Glieder

$$\zeta' c_2^2, \quad \zeta'' u_2^2, \quad \zeta''' u_4^2, \quad w^2$$

beeinflusst wird, wobei w^2 durch Gleichung 50) oder Gleichung 51) gegeben ist.

Es braucht an dieser Stelle kaum wiederholt zu werden, dass die Koefficienten ζ', ζ'', ζ''', ζ'''' so klein wie möglich gehalten werden möchten, was für ζ' und ζ''' durch die Kanalform, durch ζ'' durch stossfreien Gang und für ζ'''' durch allmähliche Erweiterung des Ablaufrohres gefördert werden kann. Hat man es in der Hand, stossfreien Eintritt herbeizuführen, so wird ζ'' sehr klein ausfallen, so dass der Verlust $\zeta'' u_2^2$ keinen grossen Einfluss auf η_h haben wird.

Die erste Annahme bezieht sich in der Regel auf c_4. Gebräuchliche Werte sind

57) $$c_4 = \tfrac{1}{6} c_i \quad \text{bis} \quad \tfrac{1}{4} c_i.$$

Je grösser c_4 gewählt wird, um so kleiner wird für eine gegebene Wassermenge F_4. Von F_4 ist aber die Grösse des Laufrades, also auch sein Preis abhängig. Da aber mit c_4 nach Gleichung 50) und 51) auch w wächst, so vermindert sich entsprechend η_h. Es empfiehlt sich also für das Verhältnis $c_4 : c_i$ einen kleinen Wert, etwa $\tfrac{1}{6}$ zu wählen, wenn η_h möglichst gross werden soll, dagegen einen grösseren Wert, etwa $\tfrac{1}{4}$, selbst $\tfrac{1}{3}$, wenn in erster Linie auf Billigkeit der Anlage gesehen wird. Auch die Erzielung einer möglichst grossen Tourenzahl in der Minute kann es wünschenswert machen, dass F_4 klein, also c_4 gross wird. In solchen Fällen wird die Verminderung von ζ'''' besonders anzustreben sein, um allzuniedrige Werte von η_h zu vermeiden.

Die zweite Annahme bezieht sich zweckmässigerweise auf w. Kann ζ'''' mit einiger Sicherheit geschätzt oder berechnet werden, so ist für Stauwasser- oder für Rohrturbinen nach Gleichung 51) auch

$$w^2 = \zeta'''' c_4^2$$

bekannt, während bei Turbinen mit freiem Austritt des Wassers nach Gleichung 50) zur Berechnung von w noch $z_4 - z_5$ bekannt sein oder

angenommen werden muss. In der Regel ist letzteren Falles $\zeta'''' = 1$, so dass meist für Freistrahlturbinen gesetzt werden kann

$$w^2 = c_4{}^2 + 2g\,(z_4 - z_5).$$

Die dritte Annahme wird in manchen Fällen v sein können. In der Regel liegt v zwischen den Grenzen

58) $$v = 0{,}5\ c_i \text{ bis } 0{,}7\ c_i.$$

Mit v wächst der Spaltüberdruck. Durch die Annahme von v verfügt man daher schon indirekt darüber, ob die Turbine mit kleinem oder grossem Spaltüberdruck arbeiten soll. Wählt man ferner $\alpha_4 = 90^0$ (Gleichung 45), so erhält man für u_4

59) $$u_4{}^2 = c_4{}^2 + v^2.$$

Nach diesen Annahmen sind in Gleichung 56) nur noch c_2 und u_2 unbestimmt. Dieselbe stellt sonach eine Kurve dar, auf welcher der Schnittpunkt von c_2 und u_2 sich bewegen muss, wenn beide Geschwindigkeiten sich ändern. Berechnet man einige Punkte der Kurve (c_2, u_2), so zeigt sich, dass dieselbe etwa den in Fig. 30 dargestellten Verlauf

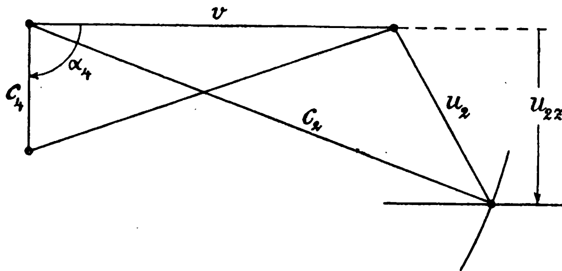


Fig. 30.

hat und dass sonach die Komponente $c_{2z} = u_{2z}$ sehr verschiedene Werte erhalten kann.

Wird nun als vierte Annahme ein gewisses Breitenverhältnis $b_2 : b_4$ angenommen, so ist nach Gleichung 39)

$$\nu_3\, u_{3z}\, b_3 = (1-\sigma)\,\nu_2\, u_{2z}\, b_2.$$

Ausserdem aber ist

$$\nu_3\, u_{3z}\, b_3 = \nu_4\, u_{4z}\, b_4,$$

und, da für $\alpha = 90^0$, $u_{4z} = c_4$, so folgt

60) $$u_{2z} = \frac{1}{1-\sigma}\,\frac{\nu_4}{\nu_2}\cdot\frac{b_4}{b_2}\, c_4.$$

In der Regel wird σ geschätzt werden können (vergl. S. 29), ν_4 nicht wesentlich von ν_2 verschieden sein, so dass, eine spätere Berichtigung von $\frac{b_2}{b_4}$ vorbehalten, $\frac{\nu_4}{\nu_2} = 1$ gesetzt werden und danach u_{2x} aus Gleichung 60) berechnet werden kann. Damit ist dann Punkt 2 der Funktionskurve (c_2, u_2) bestimmt, d. h. c_2 und u_2 sind gegeben.

Da für möglichst stossfreien Gang u_3 von u_2 sehr wenig verschieden ist, so lässt sich nun nach Gleichung 28) der Laufradüberdruck hinreichend genau berechnen und danach der Spaltüberdruck finden.

Häufig wird, umgekehrt, zunächst der Spaltüberdruck angenommen, danach $h_3 - h_4$ ermittelt und, unter vorläufiger Einschätzung von $z_4 - z_3$, aus Gleichung 28) der Wert $(1 + \zeta''') u_4^2 - u_3^2$ berechnet, welcher für vollkommen stossfreien Gang mit den Gliedern

$$u_4^2 + \zeta''' u_4^2 - u_2^2$$

identisch sein würde und in Gleichung 56) an deren Stelle gesetzt werden dürfte. Dann ist nach Einschätzung von ζ' nur noch c_2 unbekannt und kann berechnet werden, so dass jetzt dem Schnittpunkt von u_2 und c_2, der nach den ebengemachten Annahmen mit dem von u_3 und c_3 identisch sein würde, ein Kreis mit dem Radius c_2 als geometrischer Ort angewiesen ist. Dieser Rechnungsgang kann nur dann empfohlen werden, wenn ein besonders geringer Überdruck angewandt werden soll, insbesondere auch für den Überdruck Null, d. h. für sogenannte Druckturbinen. Auch hier würde u_{2x} nach Gleichung 60) zu berechnen sein.

Es bleibt noch v zu bestimmen, was sehr leicht auf graphischem Wege geschehen kann. Schreibt man Gleichung 28) in der Form

$$u_4^2 - u_3^2 = h_3 - h_4 + z_3 - z_4 - \zeta''' u_4^2,$$

so hat, wenn man in das letzte Glied der rechten Seite zunächst einen Schätzungswert für u_4 einführt, eine kleine Ungenauigkeit dabei nur wenig Einfluss und könnte später, wenn nötig, berichtigt werden. Nun ist $u_4^2 - u_3^2$ bekannt. Nach Fig. 31 ist jedoch, wenn MN eine von dem gesuchten Punkte M auf $\overline{3\,4}$ gefällte Normale darstellt:

$$u_4^2 = \overline{M4}^2 = \overline{N4}^2 + \overline{MN}^2,$$

$$u_3^2 = \overline{M3}^2 = \overline{N3}^2 + \overline{MN}^2,$$

also

$$u_4^2 - u_3^2 = \overline{N4}^2 - \overline{N3}^2,$$

oder

$$u_4{}^2 - u_3{}^2 = (\overline{N4} - \overline{N3})\,(\overline{N4} + \overline{N3}).$$

Nun ist nach Fig. 31

$$\overline{N4} + \overline{N3} = \overline{3\,4},$$

also

$$\overline{N4} - \overline{N3} = \frac{u_4{}^2 - u_3{}^2}{\overline{3\,4}},$$

und es folgt durch Addition dieser beiden Gleichungen

$$\overline{N3} = \tfrac{1}{2}\left(\overline{3\,4} - \frac{u_4{}^2 - u_3{}^2}{\overline{3\,4}}\right).$$

Danach ist der Punkt N und, durch die Normale NM, auch M gefunden, sowie v, u_3 und u_4.

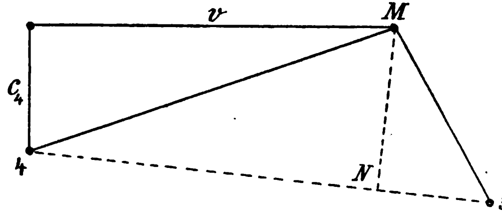


Fig. 31.

Nachdem die Geschwindigkeiten in den Übergängen 2, 3, 4 berechnet sind, kann man zur Aufzeichnung der Geschwindigkeitskurven 1—2 für den Leitkanal und 3—4 für den Arbeitskanal sowie zur Annahme der Zeitteilung auf beiden übergehen. Im Zusammenhang damit wird dann auch über Grösse und Richtung der einzigen noch unbestimmt gelassenen Übergangsgeschwindigkeit c_1 Verfügung getroffen. Meist wählt man $\alpha_1 = 90^0$, doch ist eine kleine Abweichung, etwa $\alpha_1 = 80^0$, nicht unzweckmässig, sofern dadurch der gesamte Krümmungswinkel des Kanals vermindert wird.

Für die Kurven selbst sind nun die Ausführungen in Kap. III zu beachten, insbesondere ist aber dafür zu sorgen, dass weder im Leitkanal noch im Arbeitskanal eine Verzögerung der relativen Geschwindigkeit vorkommt. Besonders leicht kann dieser Fall im Arbeitskanal eintreten, wenn β_3 ein spitzer Winkel ist und die Kurve 3—4 geradlinig, wie Fig. 32 andeutet, oder als flacher Bogen angenommen würde. Solche Verzögerungen treten, wenn auch die Kanäle sie scheinbar bedingen, in Wirklichkeit nicht oder doch nur unvollkommen ein, indem die erweiterten Stellen im Kanal sich teilweise mit nahezu ruhenden Wassermassen gefüllt halten, deren be-

ständige Mischung mit den schneller strömenden Fäden Energieverluste bewirkt. Die Kurve 3—4 sollte daher stets unterhalb eines Kreises mit u_3 als Radius um den Endpunkt von v verbleiben (s. Fig. 33), und ihr Radiusvektor stetig zunehmen.

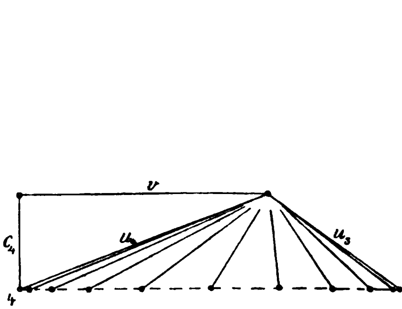


Fig. 32.

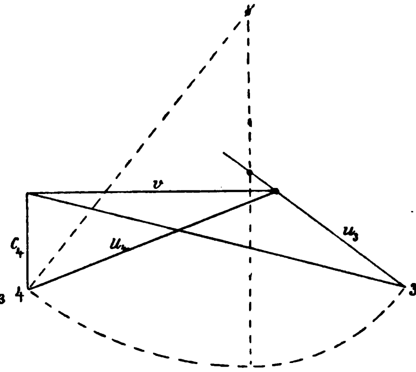


Fig. 33.

Die Geschwindigkeitskurve für die Leitkanäle kann ohne Nachteil nahezu geradlinig verlaufen, doch dürfte aus den S. 34 angegebenen Gründen ein stetiger Übergang in die Kurve für den Arbeitskanal gewiss zweckmässig sein (s. Figg. 65 bis 72 Kap. XII).

Der hiermit dargelegte Gedankengang wird im allgemeinen nur dann zu verfolgen sein, wenn erschwerende Bedingungen zu erfüllen sind. In der Regel wird man nach erprobten oder als Vorbild gegebenen Geschwindigkeitsrissen arbeiten können, wobei die Einfachheit und Bequemlichkeit der graphischen Methode erst vollkommen zur Geltung kommt.

Eine kleine Auswahl von Geschwindigkeitsrissen, darunter auch solche für Axialturbinen geben die Beispiele in Kap. XII.

Den bis jetzt nur analytisch ausgedrückten Zusammenhang zwischen c_i und den einzelnen Geschwindigkeiten kann man auch bildlich darstellen, indem man die Glieder der Gleichung 56) durch wiederholte Anwendung des Pythagoräischen Lehrsatzes summiert. Eine solche Darstellung heisse Graphische Bilanz. Eine von vielen möglichen Anordnungen der Bilanz zu dem in Fig. 33 dargestellten Geschwindigkeitsriss zeigt Fig. 34. Wird in Gleichung 48) vorübergehend gesetzt

$$2\,ga = c_a^2,^{1)} \quad c_2^2 - c_4^2 = (c)^2, \quad u_4^2 - u_2^2 = (u)^2,$$

1) Für den Fall, in welchem Gleichung 20) angewandt werden darf, würde

$$c_a = \sqrt{2\,v\,c_x},$$

so schreibt sich dieselbe

$$c_a^2 = (c)^2 + (u)^2.$$

Die mit c_a (**Arbeitsgeschwindigkeit**) bezeichnete Strecke ist also darzustellen als die Hypotenuse eines Dreiecks mit den Katheten (c) und (u), welche selbst wieder aus c_2 und c_4, bezw. aus u_4 und u_2 durch

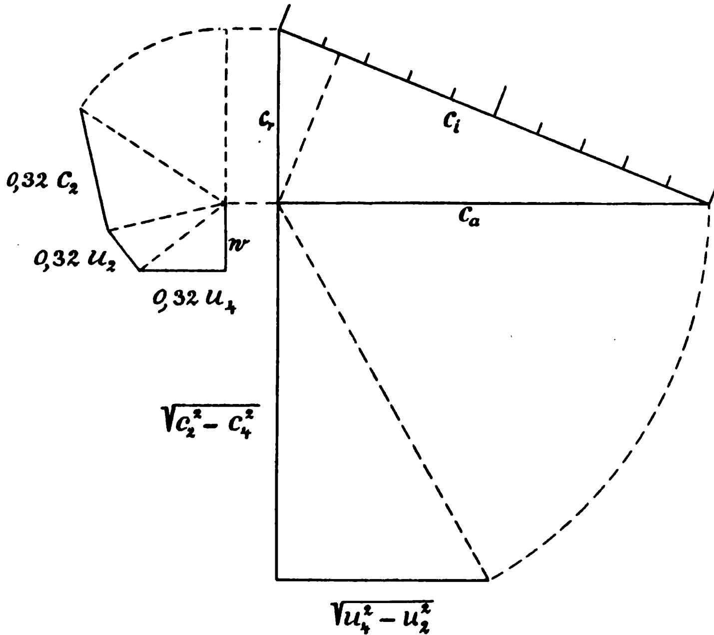


Fig. 34.

rechtwinklige Dreiecke gefunden sind. Weiter möge die in Gleichung 56) vorkommende Summe der hydraulischen Widerstände mit c_r (**Reibungsgeschwindigkeit**) bezeichnet werden nach der Definition

61) $$\zeta' c_2{}^2 + \zeta'' u_2{}^2 + \zeta''' u_4{}^2 + w^2 = c_r{}^2.$$

Schreibt man

$$\zeta' c_2{}^2 = (\sqrt{\zeta'}\, c_2)^2,$$

so stellt $\sqrt{\zeta'}\, c_2$ eine Geschwindigkeit dar, deren kinetische Energie der

wonach sich c_a als geometrisches Mittel zu $2v$ und c_x konstruieren lässt. Diese von Prof. G. **Herrmann** in seiner graphischen Turbinentheorie empfohlene Konstruktion ist zwar sehr einfach, jedoch nicht leicht für unnormale Fälle anwendbar.

im Leitkanal verlorenen Energie äquivalent ist. Für z. B. $\zeta' = 0{,}1$ wäre dieselbe $0{,}32\, c_2$. Führt man auch für $\zeta'' u_2{}^2$ und $\zeta''' u_1{}^2$ Widerstandsgeschwindigkeiten ein, — w (s. S. 40) ist bereits eine solche — so kann man c_r in bekannter Weise durch fortgesetzte Bildung rechtwinkliger Dreiecke[1]) erhalten. Vereinigt man sodann nach der Gleichung

$$c_i{}^2 = c_a{}^2 + c_r{}^2$$

c_a und c_r zu einem rechtwinkeligen Streckenzug, so ist dessen Schlusslinie c_i. Fällt man endlich auf c_i vom Scheitel des rechten Winkels ein Lot, so ist bekanntlich das Verhältnis der Hypotenusenabschnitte gleich dem der Kathetenquadrate, und sonach zeigt der mit c_a benachbarte Hypotenusenabschnitt, verglichen mit c_i, den hydraulischen Wirkungsgrad η_h, der andere Abschnitt entsprechend den verhältnismässigen Gesamtbetrag der Gefällverluste. Eine auf c_i angebrachte Decimalteilung bringt diese Verhältnisse unmittelbar zur Anschauung. Sie kann zugleich als Vergleichs-Massstab für sämtliche Geschwindigkeiten c, u und v dienen.

Wäre bei einer auszuführenden Turbine $c_i = 1$ m/sek, so könnten die sämtlichen im Geschwindigkeitsriss vorkommenden Geschwindigkeiten unmittelbar nach diesem Massstab gemessen werden. Im allgemeinen sind jedoch die nach dem Massstab abgegriffenen Längen mit c_i zu multiplizieren. Bei gegebenem Geschwindigkeitsriss und Gefälle können so auch sämtliche Vertikalkomponenten der Geschwindigkeiten gefunden werden, und man kann nach ihnen aus Gleichung 1) für ein bestimmtes sekundliches Wasservolum V die horizontalen freien Querschnitte im Laufrad und Leitapparat berechnen, wobei für ersteres der Spaltverlust (s. Kap. III) zu berücksichtigen ist.

Für jeden Querschnitt ist mit Rücksicht auf Schaufeldicke und eventuelle partielle Beaufschlagung (s. Kap. III)

$$F = \frac{V}{c_x} = \nu\tau\, 2\pi r b,$$

also der mittlere Radius

62) $$r = \sqrt{\frac{1}{\nu\tau\, 2\pi}}\ \sqrt{\frac{r}{b}\,\frac{V}{c_x}}.$$

Danach lässt sich r berechnen, wenn ν, τ und $\frac{b}{r}$ gegeben oder angenommen sind. Ob es zweckmässig ist, die Rechnung in den Querschnitten 1, 2, 3 oder 4 zu beginnen, hängt von Ausführungsfragen ab, deren Erörterung hier zu weit führen würde.

---

1) G. Herrmann's Verlustpolygon.

Das Verhältnis $\frac{b}{r}$[1] wählt man meist zwischen $^1/_4$ und $^1/_2$ und zwar umso grösser, je kleiner r werden und je schneller die Turbine laufen soll.

v wird nach einer vorläufigen Annahme über die Schaufeldicken geschätzt. Weicht die endgültige Wahl für die Ausführung davon etwas ab, so kann dies leicht durch Veränderung der radialen Breite b ausgeglichen werden, wenn die sonst entstehende, meist unwesentliche, kleine Abweichung der wirklichen Geschwindigkeiten vom Geschwindigkeitsriss vermieden werden soll.

Bei Laufrädern von grosser radialer Breite sind die Umfangsgeschwindigkeiten am innern Kranz von denen am äussern Kranz so verschieden, dass darauf bei der Ausbildung der Schaufelform Rücksicht genommen werden muss.

Als Ausgang dient hierbei[2]) Gleichung 43)

$$a = \frac{1}{g} v \left(c_{2x} - c_{4x}\right),$$

welche für $c_{4x} = o$ auch geschrieben werden kann

63) $$\eta_h \left(z_0 - z_5\right) g = v c_{2x}.$$

Soll η_h für alle Radien den gleichen Wert haben, so muss hiernach c_{2x} indirekt proportional mit v und ebenso auch mit r variieren. Bei dieser Veränderung muss es einen Radius geben, wenn auch vielleicht nicht innerhalb der Turbine, für welchen $c_{2x} = v$ wird. Derselbe heisse, weil für ihn $\beta_3 = 90^0$ wird, Normalradius r_n, und das entsprechende v heisse v_n. Für r_n ist $c_{2x} = v_n$ und für einen beliebigen Radius

64) $$v = \frac{r}{r_n} v_n$$

sowie

65) $$c_{2x} = \frac{r_n}{r} v_n.$$

Mit diesen Gleichungen und mit Gleichung 17) ist es möglich, unter Vernachlässigung der Flüssigkeitsreibung den Spaltdruck für verschiedene Radien zu berechnen. Es ist nämlich, da

$$c_2{}^2 = c_{2z}{}^2 + c_{2x}{}^2,$$

---

1) Man beachte bei der Wahl von $\frac{b}{r}$ auch Gleichung 68) u. S. 51.

2) Nach v. Reiche, die Gesetze des Turbinenbaues 1877. Die v. Reichesche Untersuchung, welche nur Gleichung 64) liefert, ist hier auf den Verlauf der Leit- und Arbeitsschaufel ausgedehnt.

66) $$h_2 = h_1 + z_1 - z_2 + \frac{1}{2g}\left[c_1^2 - c_{2z}^2 - \left(\frac{r_n v_n}{r}\right)^2\right].$$

Wendet man diese Gleichung auf verschieden weit von der Axe entfernte Wasserteilchen eines Horizontalschnittes an, so sind alle vorkommenden Glieder bis auf das letzte gleich gross, wenn an der früheren Voraussetzung horizontal bleibender Querschnitte festgehalten wird, was für die Vertikalkomponente c_{2z} die Unabhängigkeit von r bedingt. Danach ist

67) $$\frac{dh_2}{dr} = \frac{(r_n v_n)^2}{g}\frac{1}{r^3}$$

das Ansteigen des Spaltdruckes in Richtung des Radius. Dieser Überdruck von aussen nach innen, dessen Integralwert für die ganze Radbreite $r_a - r_i$ sich aus Gleichung 67) zu

68) $$h_{2a} - h_{2i} = \frac{v_n^2}{2g}\left(\frac{r_n^2}{r_i^2} - \frac{r_n^2}{r_a^2}\right)$$

berechnet, muss eine nach der Axe gerichtete Beschleunigung $-\varphi_r$ hervorrufen, welche der Gleichung 25)

$$\frac{dh_2}{dr} = \frac{-\varphi_r}{g}$$

genügt. Offenbar ist also nach Gleichung 67)

$$-\varphi_r = \frac{(r_n v_n)^2}{r^3}$$

oder, mit Rücksicht auf Gleichung 64),

69) $$-\varphi_r = \frac{c_{2x}^2}{r};$$

d. h. die durch den vorhandenen Überdruck hervorgebrachte Beschleunigung ist (s. Gleichung 24) gleich der Centralbeschleunigung einer mit der Geschwindigkeit c_{2x} vor sich gehenden Drehbewegung mit dem Radius r. Der Überdruck genügt demnach an dieser Stelle, die Wasserteilchen auf ihren Cylinderflächen zu erhalten, während sie sich ohne diesen Überdruck auf einer Tangentialebene bewegen würden.

Wird der Leitrad-Geschwindigkeitsriss für r_n als gegeben betrachtet, so ist damit in irgend einem beliebigen Horizontalschnitt durch den Leitkanal die Komponente c_{xn}, sonach auch das Verhältnis $\frac{c_{xn}}{c_{2xn}}$ gegeben. Nennen wir dieses Verhältnis vorübergehend k und setzen fest, dass die Gleichung

70) $$\frac{c_x}{c_{2x}} = k$$

für alle in demselben Horizontalschnitt liegenden Wasserteilchen von verschiedenem r den gleichen Wert k liefern soll, so ist allgemein nach Gleichung 65)

71) $$c_x = k \frac{r_n}{r} v_n .$$

Damit erhält man, analog zu Gleichung 66),

72) $$h = h_1 + z_1 - z + \frac{1}{2g} \left[c_1{}^2 - c_x{}^2 - \left(\frac{k r_n v_n}{r} \right)^2 \right]$$

sowie

73) $$\frac{dh}{dr} = \frac{(k r_n v_n)^2}{g} \frac{1}{r^3},$$

wonach die Radialbeschleunigung

74) $$-\varphi = \frac{(k r_n v_n)^2}{r^3} = \frac{c_x{}^2}{r}$$

ist, so dass unter der gemachten Voraussetzung die Wasserteilchen auch während des ganzen Weges durch das Leitrad auf ihrer Cylinderfläche verbleiben.

Machen wir die in Gleichung 71) ausgedrückte Voraussetzung nun auch für einen Horizontalschnitt im Laufkanal, so wird zunächst

75) $$h = h_3 + z_3 - z + \frac{1}{2g} [u_3{}^2 - u^2] .$$

Hierin ist nach Fig. 12 und, da für stossfreien Gang $c_{3x} = c_{2x}$, nach Gleichung 64) für den Eintritt in den Laufkanal

$$u_3{}^2 = (c_{3x} - v)^2 + c_{3z}^2 = \left(\frac{r_n}{r} v_n - \frac{r}{r_n} v_n \right)^2 + c_{3z}^2 ,$$

für einen beliebigen Horizontalschnitt

$$u^2 = (c_x - v)^2 + c_z{}^2 = \left(k \frac{r_n}{r} v_n - \frac{r}{r_n} v_n \right)^2 + c_z{}^2 ,$$

woraus durch Subtraktion beider Gleichungen folgt

76) $$u_3{}^2 - u^2 = v_n{}^2 \left[(1-k^2) \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 - 2\,(1-k) \right] + c_{3z}^2 - c_z{}^2 .$$

Danach schreibt sich Gleichung 75)

77) $$h = h_3 + z_3 - z + \frac{v_n{}^2}{2g} \left[(1-k^2) \left(\frac{r_n}{r} \right)^2 - 2\,(1-k) \right] + \frac{1}{2g} (c_{3z}^2 - c_z{}^2) .$$

Differenziert man diese Gleichung nach r, so erhält man, da nur h, h_3 und r veränderlich sind,

78) $$\frac{dh}{dr} = \frac{dh_3}{dr} - \frac{v_n{}^2}{g} (1-k^2) \frac{r_n{}^2}{r^3} .$$

Da stossfreier Gang vorausgesetzt wird, so ist $h_3 = h_2$, also auch, mit Bezug auf Gleichung 67),

$$\frac{dh_3}{dr} = \frac{(r_n v_n)^2}{g} \frac{1}{r^3}.$$

Hiermit ergiebt sich aus Gleichung 78) auch für das Laufrad, übereinstimmend mit Gleichung 73) und 74),

$$\frac{dh}{dr} = \frac{(k r_n v_n)^2}{g} \frac{1}{r^3}$$

sowie

$$-\varphi = \frac{c_x^2}{r},$$

d. h. Gleichheit der centralen Kreisbeschleunigung und der aus dem radialen Überdruck folgenden Beschleunigung oder, anders ausgedrückt, Gleichgewicht zwischen der Centrifugalkraft des Wassers und dem radialen Ansteigen des Druckes.

Das Ergebnis vorstehender Betrachtung ist nun folgendes:

1) Stossfreier Übergang in das Laufrad, normaler Austritt aus demselben und Verbleiben des Wassers auf einer Cylinderfläche beim Übergang findet statt, wenn Gleichung 63) erfüllt ist.

2) Damit der Wasserweg nicht nur beim Übergange, sondern während des ganzen Verlaufes durch die Leit- und Arbeitskanäle auf einer Cylinderfläche bleibe, muss, unter der Voraussetzung wagerecht bleibender Ebenen, das Verhältnis $c_x : c_{3x}$ für die auf verschiedenen Cylindern laufenden Wasserfäden in gleichen Höhen denselben Wert k haben, welcher sich mit der Höhe x ändert.

Zeichnet man, wie in Fig. 35 geschehen, die Geschwindigkeitsrisse für den mittleren, den kleinsten und den grössten Radius neben einander, so liegen die gleich bezifferten Zeitpunkte in gleicher Höhe und die drei Geschwindigkeitskurven sind affine Punktreihen.

Die Bedingung, dass eine Verzögerung von u vermieden werde (vergl. S. 43), wird möglichst für die ganze Breite erfüllt werden müssen. Am grössten ist die Gefahr, dagegen zu verstossen, bei r_i, falls $\beta_3 < 90^0$ ist. Es empfiehlt sich daher, die innere Geschwindigkeitskurve zuerst anzunehmen. Man erkennt aus den Geschwindigkeitsrissen, dass $u_4{}^2 — u_3{}^2$ innen am kleinsten ist, dort also der kleinste Überdruck herrscht. Will man die grösstmögliche Breite erzielen, so wird man innen mit der Grenze $u_4 = u_3$ beginnen. Nach aussen ist die Grenze weniger bestimmt; nur

vergrössert sich mit zunehmendem r der Spaltdruck h_{2a} immer mehr, auch nimmt mit u_4 der Verlust $\zeta''' \frac{u_4^2}{2g}$ zu. Hiermit ergeben sich neue Gesichtspunkte für die schon S. 47 berührte Wahl von $\frac{b}{r}$ oder $\frac{ra}{ri}$, und es ist nicht ausgeschlossen $\frac{b}{r}$ viel grösser als dort angegeben, ja $\frac{b}{r} \geqq 1$ zu machen. In solchen Fällen pflegt man die Turbine aus Gründen praktischer Art durch cylindrische Zwischenkränze in mehrere Abteilungen zu zerlegen, für welche dann die Geschwindigkeitskurven etwas unabhängiger von einander gewählt werden können, weil an den Zwischenkränzen plötzliche Abstufungen des Druckes möglich sind.

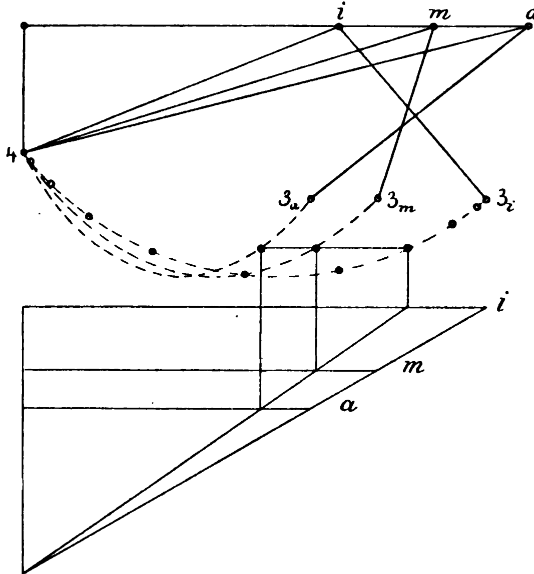


Fig. 35.

Während bei einem schmalen Kranz der Nachteil nicht sehr fühlbar ist, welcher entsteht, wenn nur für den mittleren Radius die Kanalform richtig gebildet ist, für die nach innen und aussen liegenden Punkte die theoretischen Bedingungen aber nicht erfüllt sind, würde bei breiten Kränzen eine erhebliche Erniedrigung des Wirkungsgrades daraus folgen können. Aus diesem, oft begangenen, Fehler erklärt sich vielleicht zum Teil die verbreitete ungünstige Meinung über Axialturbinen. (Vergl. Kap. IX.)

Der grosse Unterschied zwischen h_{2a} und h_{2i}, welcher bei einer Axialturbine vorkommen kann, lässt die übliche Unterscheidung in Druck- und Überdruckturbinen für Axialturbinen als ungeeignet erscheinen.

Wird bei einer Axialturbine r_i kleiner gemacht, als derjenige Radius ist, für welchen $h_3 - h_4 = 0$ wird, so wird, falls das Rad nicht im Stauwasser läuft, die Luft jede Möglichkeit benutzen, den

innersten Teil der Zelle zu füllen, so dass dieselbe nicht vollständig voll Wasser sein wird.

Da bei einer richtigen Axialturbine der Druck sich längs einem Radius ändert, so muss in wagerechten Ebenen die Richtung konstanten Druckes eine andere als die radiale sein. Man findet diese Richtung, indem man den räumlichen Geschwindigkeitsriss auf die wagerechte Ebene projiziert. In Fig. 36 stellt der Kreisbogen 3—4 den Grundriss des absoluten Wasserweges aus Fig. 10 dar. In dem darunter befindlichen

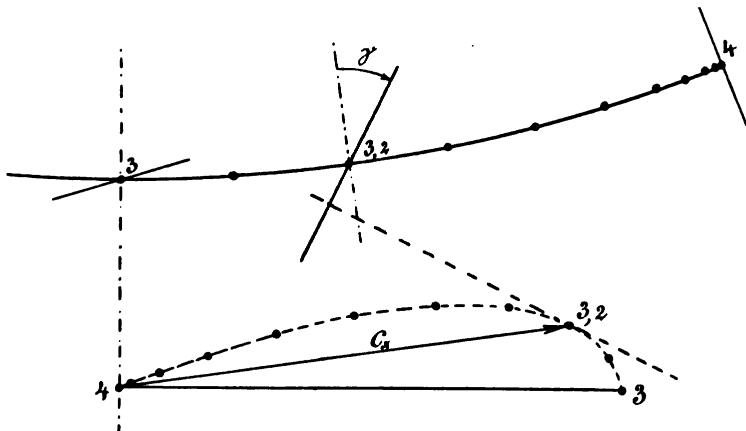


Fig. 36.

Geschwindigkeitsriss sind die Strahlen c_x parallel zu den Kreistangenten gezogen, ihre Längen aus Fig. 11 entnommen. Die Tangente in irgend einem Punkte der Geschwindigkeitskurve z. B. in 3,2 hat sonach die Richtung der Beschleunigung der Horizontalkomponente der Wassergeschwindigkeit, die Normale also die Richtung konstanten Druckes im Punkte 3,2. Da die Geschwindigkeitsrisse innen und aussen verschieden sind, so muss auch die Neigung γ der Isobare gegen den Radius sich ändern. Die Isobare ist es, welche in der Zelle einer Turbine, die nicht nur innen, sondern über die ganze radiale Breite teilweise mit Luft gefüllt ist, die freie Seite des Wasserquerschnittes begrenzt. Sie muss für den ganzen Kanal aufgesucht werden, um den Wasserkörper möglichst genau voraus zu bestimmen. Findet normaler Austritt des Wassers aus dem Laufrad statt, so ist $\frac{c_{4x}^2}{r} = 0$, die horizontale Isobare 4 also radial. Für sogenannte Girard-Turbinen mit cylindrischer Wasserbewegung folgt hieraus eine radiale Richtung der Schaufel im Austritts-

querschnitt, dagegen eine Neigung γ gegen r in allen anderen Querschnitten, insbesondere auch im Eintrittsquerschnitt.

Ist die Form des Wasserfadens auf der mittleren Cylinderfläche gefunden, so folgt aus der Richtung der horizontalen Schaufelschnitte für eine Girard-Turbine die Form der ganzen Schaufelfläche, also auch die Kurve der äusseren und inneren Wasserfäden. Meist liegen dieselben nicht auf Cylindern, sondern wegen der üblichen Kranzerweiterung $\frac{b_4}{b_3}$ auf allgemeinen Rotationsflächen, wodurch die Aufsuchung der entsprechenden Geschwindigkeitsrisse erschwert wird. Offenbar sind die Winkel β_{3a} und β_{3i} durch die Schaufelform gegeben. Damit ist aber, da c_2 über die ganze Breite denselben Wert behalten muss, auch u_{3a} und u_{3i} gegeben, und es findet sich nach Gleichung 31), wenn $h_3 - h_4 = 0$ gesetzt und der Kanalwiderstand im Laufrad durch das Gefälle $z_3 - z_4$ als aufgewogen erachtet wird,

$$u_{4a}^2 = u_{3a}^2 + v_{4a}^2 - v_{3a}^2,$$

$$u_{4i}^2 = u_{3i}^2 + v_{4i}^2 - v_{3i}^2.$$

Da die Winkel β_{4a} und β_{4i} ebenfalls gegeben sind, so ist jetzt auch c_{4a} und c_{4i} nach Grösse und Richtung bestimmt, im allgemeinen abweichend von c_{4m}. Ob der hierdurch eintretende Nachteil von Belang ist, lässt sich aus dem Geschwindigkeitsriss und aus der graphischen Bilanz erkennen. Für schraubenförmige Schaufeln zeigt die Geschwindigkeitsrisse Fig. 37. Hier gelten die Beziehungen

$$\operatorname{cotg} \beta_{3a} : \operatorname{cotg} \beta_{3m} : \operatorname{cotg} \beta_{3i} = r_a : r_m : r_i$$

sowie

$$\operatorname{cotg} \beta_{4a} : \operatorname{cotg} \beta_{4m} : \operatorname{cotg} \beta_{4i} = r_a : r_m : r_i,$$

wonach sich die Winkel β_{3a} und β_{3i} sowie β_{4a} und β_{4i} leicht berechnen oder, wie in Fig. 37 angedeutet, konstruieren lassen, wenn β_{3m} und β_{4m} gegeben sind. Die freie Oberfläche des Wassers ist natürlich bei solchen Schaufeln von der Schraubenform sehr verschieden.

Der aus unrichtiger Schaufelentwickelung folgende Nachteil der verschiedenen Grösse und Richtung von c_4 wächst augenscheinlich mit zunehmendem Breitenverhältnis und führt dazu, $\frac{b_3}{r_{3m}}$ bei axialen Girard-Turbinen ziemlich klein zu machen, so dass r_m im Vergleich mit andern Turbinen gross ausfällt. (Vergl. hierzu Kapitel VI.)

Nachdem die radialen Dimensionen teils gewählt, teils berechnet sind, fehlt noch die Bestimmung der Höhen $z_1—z_2$ und $z_3—z_4$ sowie der Schaufelzahlen x_2 und x_3 (S. 28). Diese Grössen sind wechselbezüglich. Nimmt man zunächst x_3 an, so folgt a_4 aus Gleichung 35) für eine Vollturbine, aus Gleichung 36) für eine Partialturbine von bestimmtem τ. Zwischen a_4 und der Radhöhe muss eine Beziehung bestehen, welche erfahrungsmässig an gewisse Grenzen gebunden ist. Verlässt man dieselben, so werden die Kanäle entweder zu kurz, um dem Wasser die richtige Führung nach Massgabe der geometrischen Mittellinie zu geben, oder sie werden zu lang und damit nicht nur unnötig teuer, sondern es wird der Leitungsverlust unverhältnismässig gross.

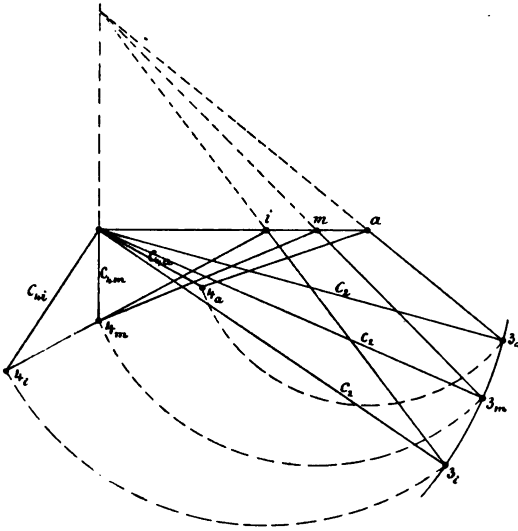


Fig. 37.

Bei der grossen Verschiedenheit der einzelnen Fälle ist es hier nicht leicht, eine allgemeine Regel aufzustellen. Die empirische Formel

$$79) \qquad \frac{z_3—z_4}{a_4} = 1 + 2 \sin (\beta_4—\beta_3)$$

dürfte jedoch für das Laufrad meist eine reichliche Höhe ergeben; doch sei bemerkt, dass die Höhe aus falscher oder angebrachter Sparsamkeit häufig geringer gewählt wird, als nötig wäre, um einen guten Wirkungsgrad zu erzielen. Der in Gleichung 79) vorkommende Wert $\sin(\beta_4—\beta_3)$ kann mit Leichtigkeit aus dem Geschwindigkeitsriss entnommen werden, und zwar wird hier der für r_i zu benutzen sein, da dieser die grösste Schaufelkrümmung giebt. Nach Gleichung 79) kann auch umgekehrt aus einer angenommenen Radhöhe $z_3—z_4$ die Weite a_4 und danach die Zahl der Kanäle bestimmt werden. Man wählt dann die Radhöhe etwa $^1/_6$ bis $^1/_4$ vom mittleren Radius.

Ist die Radhöhe festgelegt, so geht man dazu über, die Zeitteilung darauf zu übertragen. Zu diesem Zweck entnimmt man aus dem Geschwindigkeitsriss die Komponenten

$$\tfrac{1}{2}u_{3x},\ u_{3,1x},\ u_{3,2x},\ \ldots\ u_{3,9x},\ \tfrac{1}{2}u_{4x},$$

reiht sie nach Fig. 38 auf einem Papierstreifen aneinander, legt die so gebildete Punktreihe zwischen das Höheninterval 3—4, zieht durch ihre Punkte Horizontalen und, vom Punkte 3 oder 4 beginnend, einen polygonalen Zug von Strecken zwischen je zwei Horizontalen parallel zu den u-Strahlen im Geschwindigkeitsriss. Das so erhaltene Polygon hüllt den mittleren Wasserfaden ein.

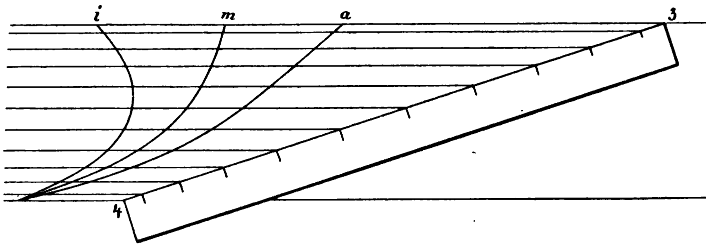


Fig. 38.

Ferner ist durch a_4, b_4, u_{4x} die in der Sekunde durch einen Kanal strömende Wassermenge

$$V = a_4\, b_4\, u_{4x}$$

gegeben. Damit findet sich für beliebig viele Horizontalschnitte

$$F = \frac{V}{u_x},$$

und es erübrigt nur noch, F in geeignete Faktoren a und b zu zerlegen. Hierbei kann entweder b durch das Kranzprofil, oder a durch die Dicke der Schaufeln gegeben sein. Verfügt man frei über beide, so kann man bei der Formgebung praktischen Rücksichten in verschiedener Weise gerecht werden.

Analog findet auch die Entwickelung der Leitkanäle statt, wobei, wie schon früher erwähnt, Gleichung 39) zu beachten ist.

Sind drei Geschwindigkeitsrisse für r_i, r_m, r_a vorhanden, so finden sich auch drei Schaufelkurven (s. Fig. 38). Während bei Girard-Turbinen, wie S. 52 erörtert die gegenseitige Lage dieser drei Kurven durch die radiale Richtung der Schaufel in der Ebene 4 bedingt ist, fehlt eine zwingende

Beziehung bei Überdruckturbinen mit vollen Kanälen. Hier empfiehlt es sich, die drei Kurven so zu verbinden, dass der Schaufelschnitt in der Ebene 3 und der Schaufelschnitt in der Ebene 4 gleiche Excentricität besitzen, d. h. verlängert denselben Cylinder um die Radaxe von verschiedenen Seiten berühren (s. Fig. 39). So wird erreicht, dass die Kränze von den Schaufeln möglichst wenig schiefwinkelig geschnitten werden, was mit Rücksicht auf die Herstellung erwünscht ist.

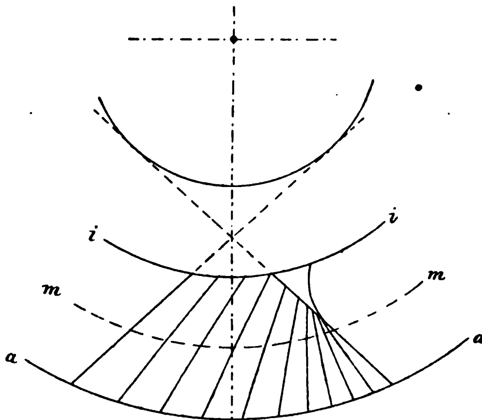


Fig. 39.

Ist vorstehend ein Verfahren angegeben, die Kanäle der Axialturbinen nicht nur für den mittleren Cylinder, sondern für die ganze Breite nach wissenschaftlich begründeten Regeln zu entwerfen, so darf doch nicht behauptet werden, dass nun jede Abweichung von diesen Regeln verwerflich sei. Es kann aus Rücksichten auf die Herstellung, die Haltbarkeit, die Verhütung von Verstopfungen u. s. w. in manchen Fällen angezeigt erscheinen, die theoretischen Bedingungen nicht streng zu erfüllen. Auch dann ist es nützlich, sie als Ideal ins Auge zu fassen und die praktischen Abweichungen nicht grösser werden zu lassen, als Gründe von hinreichender Wichtigkeit es fordern.

Kapitel V.

Berechnung der Radialturbinen.

Die Entwickelungen des vorigen Kapitels lassen sich mit der Änderung auf Radialturbinen übertragen, dass für $h_3 - h_4$ der in Gleichung 31) gegebene Ausdruck benutzt wird. Aus den Gleichungen 18), 31), 44) folgt zunächst für den Gesamt-Überdruck von Leitrad und Laufrad

80) $$h_1 - h_4 = z_4 - z_1 + \frac{1}{2g}\left[c_2{}^2 - c_1{}^2 + u_4{}^2 - u_2{}^2 - v_4{}^2 + v_3{}^2 + \zeta' c_2{}^2 + \zeta'' u_2{}^2 + \zeta''' u_4{}^2\right],$$

welcher Ausdruck der Gleichung 46) für Axialturbinen entspricht.

In der Regel kann $z_4 - z_1 = 0$ gesetzt werden. Bei senkrechter Drehaxe liegen die Punkte 1 und 4 in gleicher Höhe, bei wagerechter Axe hat $z_4 - z_1$ für diagonal liegende Zellen gleichen Wert bei entgegengesetztem Vorzeichen, also ist die Summe auch Null. Nur bei Partialturbinen, z. B. den sogenannten Schwamkrug-Turbinen, liegen nicht immer die wirksamen Schaufeln paarweise einander gegenüber. Da jedoch diese Turbinen besonders für sehr grosse Gefälle angewandt werden, so ist auch hier die Vernachlässigung von $z_4 - z_1$ ziemlich belanglos.

Verbindet man Gleichung 80) mit Gleichung 49) und 52), so erhält man, unter der Voraussetzung $c_0 = c_5$ und $h_0 = h_5$, für das Spiegelgefälle

81) $$z_0 - z_5 = \frac{1}{2g}\left[c_2{}^2 - c_4{}^2 + u_4{}^2 - u_2{}^2 - v_4{}^2 + v_3{}^2 + \zeta' c_2{}^2 + \zeta'' u_2{}^2 + \zeta''' u_4{}^2 + w^2\right],$$

wobei w die Definition Gleichung 50) oder Gleichung 51) behält.

Sind in Gleichung 81) die Energieverluste vollständig angegeben, so muss für

$$\zeta' = o,\ \zeta'' = o,\ \zeta''' = o,\ w = o,$$

die Arbeit von 1 kg Wasser dem Spiegelgefälle gleich, also

$$a = z_0 - z_5$$

werden. Analog mit Gleichung 48) wird sonach

82) $$a = \frac{1}{2g}\left(c_2{}^2 - c_4{}^2 + u_4{}^2 - u_2{}^2 + v_3{}^2 - v_4{}^2\right)$$ [1],

1) Der Ausdruck für a lässt sich auch in eine mit Gleichung 43) analoge Form bringen. Es ist nämlich

$$u_2{}^2 = c_2{}^2 + v_3{}^2 - 2 v_3 c_2 \cos \alpha_2$$
$$u_4{}^2 = c_4{}^2 + r_4{}^2 - 2 v_4 c_4 \cos \alpha_4,$$

also

$$c_2{}^2 - c_4{}^2 + u_4{}^2 - u_2{}^2 + v_3{}^2 - v_4{}^2 = 2\left(v_3 c_2 \cos \alpha_2 - r_4 c_4 \cos \alpha_4\right).$$

Mit der Substitution $c \cos \alpha = c_x$ folgt für Gleichung 82)

82 a) $$a = \frac{1}{g}\left(r_3 c_{2x} - r_4 c_{4x}\right),$$

ein Ausdruck, welcher für $\alpha_4 = 90^0$ und stossfreien Übergang mit Gleichung 20) identisch wird.

sowie analog mit Gleichung 54)

$$83)\qquad \eta_h = \frac{c_2^2 - c_4^2 + u_4^2 - u_2^2 + v_3^2 - v_4^2}{c_2^2 - c_4^2 + u_4^2 - u_2^2 + v_3^2 - v_4^2 + \zeta' c_2^2 + \zeta'' u_2^2 + \zeta''' u_4^2 + w^2}.$$

Endlich ergiebt sich unter Benutzung der Abkürzung Gleichung 55)

$$84)\quad c_i^2 = c_2^2 - c_4^2 + u_4^2 - u_2^2 + v_3^2 - v_4^2 + \zeta' c_2^2 + \zeta'' u_2^2 + \zeta''' u_4^2 + w^2.$$

Diese **Hauptgleichung für Radialturbinen** enthält ausser den bei Axialturbinen vorkommenden Geschwindigkeiten noch die Umfangsgeschwindigkeiten v_3 und v_4.

Auch hier kann mit der Wahl von c_4 nach Gleichung 57) begonnen werden, wobei die gleichen Gesichtspunkte in Betracht kommen, wie bei Axialturbinen. Dasselbe gilt für w.

Wird sodann $\alpha_4 = 90^0$ gemacht, so ist, da $c_4^2 = u_4^2 - v_4^2$, auch die in Gleichung 84) vorkommende Differenz $u_4^2 - v_4^2$ gegeben, während u_4 und v_4 selbst noch unbestimmt bleiben.

Wählt man dann je nach dem besonderen Zweck der Turbine

$$85)\qquad v_3 = 0{,}5\, c_i \text{ bis } 0{,}75\, c_i$$ [1]

und führt für $\zeta'' u_2^2$ und $\zeta''' u_4^2$ geschätzte Werte ein, die später, wenn nötig, noch verbessert werden könnten, so bleiben in Gleichung 84), falls c_i durch das Spiegelgefälle gegeben ist, nur noch c_2 und u_2 unbestimmt. Wieder drückt also die Gleichung eine Kurve aus als geometrischen Ort für den Punkt 2, den Schnittpunkt von c_2 und u_2 im Geschwindigkeitsriss, dessen bestimmte Lage etwa durch die Wahl von $r_2 b_2 : r_4 b_4$ festgelegt werden kann, sofern, analog mit Gleichung 60),

$$86)\qquad u_{2x} = \frac{1}{1-\sigma} \frac{v_4}{v_2} \frac{r_4}{r_2} \frac{b_4}{b_2} c_4.$$

Zur vollständigen Darstellung des Geschwindigkeitsrisses fehlt jetzt nur noch v_4. Ist das Verhältnis der Radien gegeben, so folgt daraus natürlich auch dasjenige der Umfangsgeschwindigkeiten

$$87)\qquad \frac{v_4}{v_3} = \frac{r_4}{r_3}.$$

Merkwürdiger Weise bleibt dieses, wenn von dem Widerstandsglied $\zeta''' u_4^2$ abgesehen wird, ganz ohne Einfluss auf Gleichung 31) und auf Gleichung 81), d. h. auf den Laufradüberdruck und auf das Spiegelgefälle. Hierbei ist es sogar ohne Einfluss, ob v_4 grösser oder kleiner ist als v_3, d. h., ob wir eine innen- oder aussenschlächtige Turbine ausführen wollen. Wenn also das Verhältnis der Radien noch nicht

1) In Ausnahmsfällen kann v_3 noch grösser werden, jedoch auf Kosten eines guten Wirkungsgrades (s. Kap. VII).

gegeben ist, so kann jetzt v_4 noch beliebig[1]) gewählt werden, ohne die bisherigen Annahmen wesentlich zu stören. Zu prüfen bleibt allerdings, ob der nach Annahme von v_4 bedingte Wert von u_4, der sich aus dem Geschwindigkeitsriss ergiebt, von dem in dem Widerstandsglied $\zeta''' u_4{}^2$ vorläufig angenommenen sehr verschieden ist, da in diesem Falle eine Wiederholung der Rechnung nötig wird.

Man bemerkt aus Gleichung 83), dass η_h mit Vergrösserung von u_4 sinkt. Da nun bei Variation von v_4 nur u_4 beeinflusst wird, während c_2, u_2, w davon unabhängig sind, so ergiebt sich, dass der hydraulische Wirkungsgrad einer aussenschlächtigen Turbine im allgemeinen grösser sein wird, als der einer innenschlächtigen und weiter — dass es allgemein vorteilhaft ist $\frac{r_4}{r_3}$ möglichst klein zu machen, den aussenschlächtigen Turbinen also eine möglichst grosse, den innenschlächtigen eine möglichst kleine radiale Breite zu geben. Da der Fall $r_3 = r_4$ der Axialturbine entspricht, so erscheint diese prinzipiell minderwertig gegenüber der aussenschlächtigen, überlegen jedoch gegenüber der innenschlächtigen Turbine. (Vergl. Kapitel VII.)

Aus den Gleichungen 84), 31), 44) lässt sich leicht herleiten

88) $$c_i{}^2 - 2g\,(h_2 - h_4) = c_2{}^2 - c_4{}^2 + \zeta' c_2{}^2 + w^2,$$

eine Form der Hauptgleichung, deren Anwendung sich empfiehlt, wenn ausser c_i, c_4, w noch $h_2 - h_4$ gegeben ist, eine Grösse, welche bei stossfreiem Gange mit $h_3 - h_4$, dem Laufradüberdruck, identisch ist. Berechnet man c_2 aus Gleichung 88), so ist wieder für den Punkt 2 im Geschwindigkeitsriss ein Kreis gegeben, auf welchem der gesuchte Punkt selbst etwa durch Gleichung 86) bestimmt werden kann. Bringt man weiter Gleichung 31) in die Form

$$v_3{}^2 - u_3{}^2 = 2g\,(h_3 - h_4) - (u_4{}^2 - v_4{}^2) - \zeta''' u_4{}^2$$

und setzt, für $\alpha_4 = 90^0$, $u_4{}^2 - v_4{}^2 = c_4{}^2$, so folgt

$$v_3{}^2 - u_3{}^2 = 2g\,(h_3 - h_4) - c_4{}^2 - \zeta''' u_4{}^2,$$

woraus sich, wieder unter Schätzung des letzten Gliedes, mit Bezugnahme auf Fig. 40 und analog mit S. 43, findet

89) $$N3 = \tfrac{1}{2}\left(L3 - \frac{v_3{}^2 - u_3{}^2}{L3}\right).$$

---

1) Eine für die Wahl von v_4 massgebende Erwägung findet sich im Kap. VII, ausgedrückt durch Gleichung 120), welche indessen nicht allgemein befolgt werden muss.

Wenn der Unterschied zwischen den Punkten 2 und 3 vernachlässigt wird, so findet sich durch die Normale NM der Endpunkt M von v_3. Auch jetzt bleibt die Wahl von v_4 noch frei, zugleich also $r_4 : r_3$.

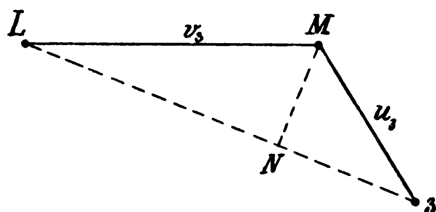


Fig. 40.

Bei der Ermittelung der Halbmesser selbst ist folgendes zu beachten.

Soll die Turbine so klein wie möglich werden, eine Bedingung, die besonders bei grossen Wassermengen und geringen Gefällen gestellt zu werden pflegt, so bestimmt sich zunächst r_1 als Halbmesser für das Zuflussrohr einer innenschlächtigen, oder r_4 für das Abflussrohr einer aussenschlächtigen Turbine. Die mittlere Geschwindigkeit für diese Rohre ist nahezu c_4 und ergiebt sich näherungsweise aus dem bereits gewählten Verhältnis $\frac{c_4}{ci}$. Es wird sonach, $\sigma = o$ angenommen,

90) $$r_1 \geqq \sqrt{\frac{V}{\pi c_4}} \text{ für innenschlächtige Turbinen,}$$

91) $$r_4 \geqq \sqrt{\frac{V}{\pi c_4}} \text{ für aussenschlächtige Turbinen.}$$

Weiter folgt für erstere r_2 aus der Annahme der zum mindesten notwendigen radialen Leitradbreite, für letztere r_3 aus der entsprechenden radialen Laufradbreite. Beide Annahmen sind indirekt durch die Zahl der Kanäle bedingt wie bei den Axialturbinen (S. 54); die Theorie giebt dafür keinen Anhalt. Aus der bereits bekannten Geschwindigkeit v_3 folgt die Tourenzahl

92) $$n = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{v_3}{r_3},$$

welche noch auf ihre Zweckmässigkeit im Hinblick auf die besondere Verwendung der Turbine geprüft werden sollte. Ist eine Vergrösserung des berechneten n wünschenswert, so ist $\frac{v_3}{ci}$ im Geschwindigkeitsriss zu vergrössern, was eine Vergrösserung des Überdruckes und eine Verkleinerung von c_2 bedingt. Soll n kleiner werden, so hat bei Vollturbinen das Entgegengesetzte zu geschehen. Wird hierzu, ohne den Geschwindigkeitsriss zu ändern, das Mittel der partiellen Beaufschlagung gewählt, so bleibt natürlich die Aufgabe, die Turbine so klein wie möglich zu machen, unerfüllt.

Anzunehmen bleibt schliesslich noch für innenschlächtige Turbinen $r_4 - r_3$, für aussenschlächtige $r_1 - r_2$ nach praktischen Rücksichten, unter gleichzeitiger Wahl der entsprechenden Schaufelzahl.

Für beide Turbinenarten ist nun auch $\frac{v_4}{v_3}$ gegeben und hierdurch das noch fehlende v_4 für den Geschwindigkeitsriss.

Für die weitere Verfügung über die Zwischengeschwindigkeiten im Laufrad eignet sich am besten der sogenannte Parallelriss (S. 25). Zieht man hier zwischen den Punkten 3 und 4 eine Verbindungskurve mit Zeitteilung, wie für Axialturbinen, so werden den Zeitpunkten mittelbar bestimmte Werte von v zugeordnet. Offenbar sind nämlich durch die Zeitpunkte die radialen Geschwindigkeitskomponenten u_r für den ganzen Weg 3—4 gegeben; damit aber kann, in gleicher Weise wie S. 55 für Axialturbinen beschrieben, die radiale Breite $r_4 - r_3$ mit der Zeitteilung versehen werden, welche mit der Teilung der Strecke $v_4 - v_3$ eine projektivische Punktreihe bildet. Letztere kann also auch direkt aus den u_r gefunden werden. Durch die Tangentialkomponenten u_x werden diese v nicht beeinflusst; es wäre also möglich, ohne die v-Teilung wieder ändern zu müssen, die Zeitpunkte der Geschwindigkeitskurve, wenn nötig, noch parallel mit v zu verschieben. Bei der Wahl dieser Punkte sind dieselben Erwägungen am Platze, welche S. 43 und 44 für Axialturbinen angestellt wurden. Man wird also zweckmässiger Weise in der Nähe der Punkte 1, 2, 3, 4 kleinere Abstände der Zeitpunkte wählen (vergl. S. 34) und bei 2 und 3 solche Beschleunigungsrichtungen erstreben, welche die v möglichst rechtwinkelig schneiden. Die Bedingung endlich, dass die u nicht abnehmen sollen, findet im allgemeinen auch hier Anwendung. Bei aussenschlächtigen Turbinen mit sehr kleinem Überdruck kann u_4 kleiner werden als u_3 (vergl. S. 23), so dass eine Verzögerung nicht zu vermeiden ist. Diese sollte dann möglichst gleichmässig auf die ganze Kanallänge verteilt sein. Bei reinen Druckturbinen ist $h_3 - h_4 = 0$, also nach Gleichung 31), wenn $\alpha_4 = 90^0$,

93) $$u_3^2 - v_3^2 = c_4^2 + \zeta''' u_4^2.$$

Werden die Zeitpunkte zwischen 3 und 4 mit 3,1, 3,2 u. s. w. bezeichnet, so würde, wenn man annimmt, dass die Widerstände den Schaufellängen proportional sind, was bei Druckturbinen zulässig ist, gesetzt werden dürfen

$$u_{3,1}^2 - v_{3,1}^2 = c_4^2 + 0{,}9\ \zeta''' u_4^2$$
$$u_{3,2}^2 - v_{3,2}^2 = c_4^2 + 0{,}8\ \zeta''' u_4^2 \text{ u. s. w.}$$

Sind die den Zeitpunkten entsprechenden v bekannt, so lassen sich

hiernach sämtliche u berechnen oder konstruieren. Letzteres ist in Fig. 41 für den Punkt 3,5 angedeutet. Dabei ist, angenommen, dass durch ein vorhergegangenes Näherungsverfahren die v-Teilung und die Werte u_r schon gegeben sind. Macht man Strecke $\overline{C4} = \sqrt{\zeta'''} u_4$, teilt dieselbe in 10 gleiche Teile und legt durch den fünften Teilpunkt D einen Kreisbogen DE mit dem Mittelpunkt L, so ist ME der gesuchte Wert für $u_{3,5}$ und die Richtung von $u_{3,5}$ erhält man, indem man um M einen Kreis durch E legt bis zum Schnitt F mit der Horizontalen im Abstand $u_{r3,5}$, von LM. MF stellt $u_{3,5}$ nach Grösse und Richtung dar. Man wird bemerken, dass Änderungen in der ersten Annahme von u_r auf die v-Teilung von sehr geringem Einfluss sind.

Fig. 41.

Einige Beispiele von Geschwindigkeitsrissen für Radialturbinen sind in Kap. XII dargestellt.

Die Konstruktion der graphischen Bilanz nach Gleichung 84) unterscheidet sich von der für Axialturbinen (s. S. 44) nur durch das Glied $(v) = \sqrt{v_3^2 - r_4^2}$, dessen Quadrat bei aussenschlächtigen Turbinen zu addieren (s. Fig. 42), bei innenschlächtigen zu subtrahieren ist (s. Fig. 43).

Die Kurve des mittleren relativen Wasserweges zeichnet man nach dem Parallelriss mit Hilfe der Winkel β. An Stelle der bei Axialturbinen benutzten Parallelen, treten hier koncentrische Kreise durch die Punkte der radialen Zeitteilung, welche nach Analogie von Gleichung 6) so eingerichtet ist, dass die zunächst den Punkten 3 und 4 liegenden Strecken einem halben Zeitteil entsprechen (s. Fig. 38). Das Polygon zur Annäherung der Wegkurve erhält man, indem man, vom Punkte 3 oder 4 beginnend, zwischen je zwei koncentrischen Kreisen die Polygonseiten so zieht, dass sie mit dem Radius ihres Mittelpunktes den entsprechenden Winkel $90-\beta_{3,1}$, $90-\beta_{3,2}$ u. s. w. bilden. Handlich löst man diese Aufgabe, indem man, wie Fig. 44 zeigt, zunächst auf einem senkrechten Radius die Polygonseiten parallel zu den u im Parallelriss so einzeichnet, dass sie den senkrechten Radius im Mittelpunkte zwischen zwei

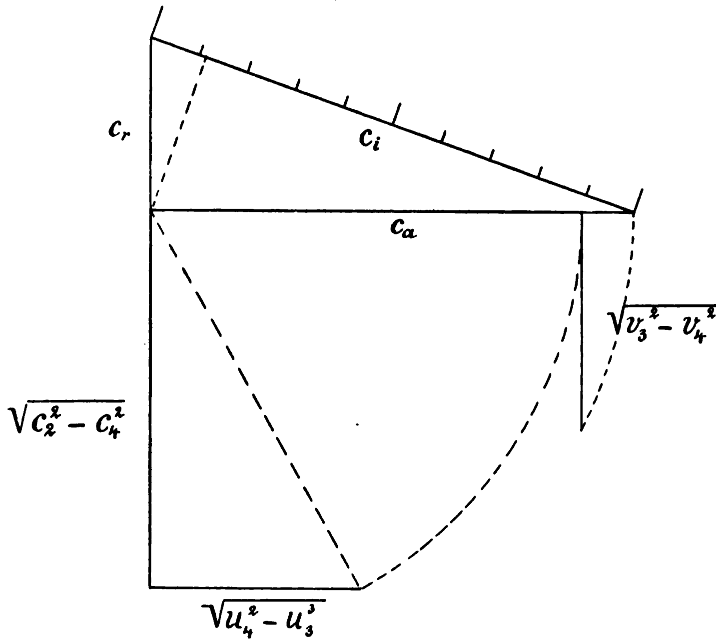

c_r
c_i
c_a
$\sqrt{v_3^2 - v_4^2}$
$\sqrt{c_2^2 - c_4^2}$
$\sqrt{u_4^2 - u_3^3}$

Fig. 42.

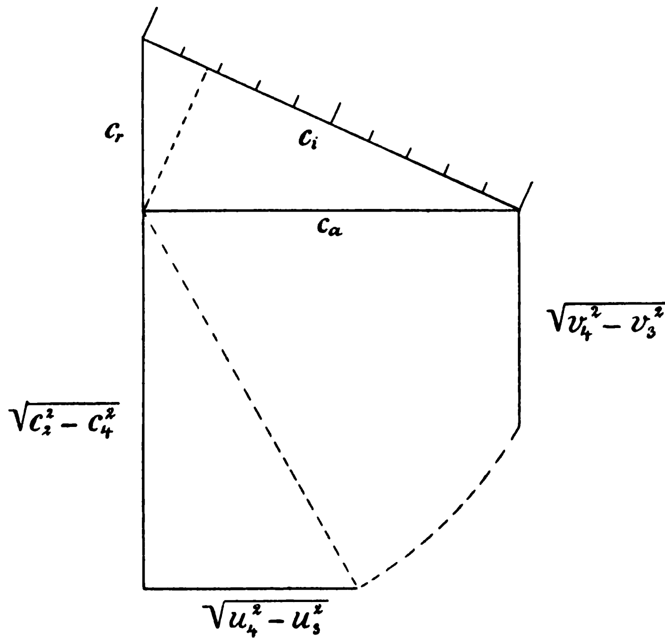

c_r
c_i
c_a
$\sqrt{v_4^2 - v_3^2}$
$\sqrt{c_2^2 - c_4^2}$
$\sqrt{u_4^2 - u_3^2}$

Fig. 43.

Kreisen, d. h. in dem eigentlichen decimalen Zeitpunkte schneiden, und sodann die hierdurch bestimmten Längen l der Polygonseiten mit dem Zirkel abgreift und zum Polygon vereinigt.

Soll nun zur besseren Beurteilung der Schaufel noch der absolute Weg, sowie der relative und der absolute Geschwindigkeitsriss gezeichnet werden, so genügt hierzu, sowie zur Andeutung der Isobaren die in Kap. II gegebene Anleitung.

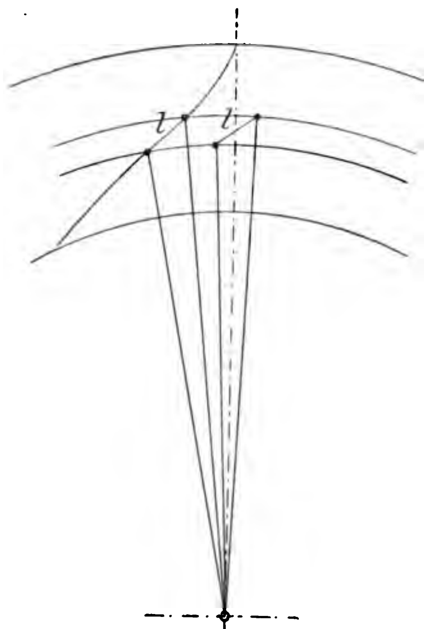


Fig. 44.

Die Entwickelung der vollständigen Kanalform aus dem mittleren Wasserfaden ist sehr einfach und unterscheidet sich von dem für Axialturbinen angegebenen Verfahren nur in sofern, als die in Richtung von b neben einander liegenden Wegkurven kongruent sind. Die mit der Axe parallele Dimension b kann zwar für Radialturbinen im Unterschied zu Axialturbinen prinzipiell beliebig gross sein, ohne dass sich hierdurch die Geschwindigkeitsverhältnisse ändern. Für eine aussenschlächtige Vollturbine ergiebt sich jedoch, $\alpha_4 = 90^0$ vorausgesetzt, aus der Gleichung

94) $$\frac{V}{c_4} = \nu_4 \, 2\pi r_4 \, b_4$$

und aus Gleichung 91)

$$\frac{V}{c_4} \leqq \pi r_4^{\,2}$$

die Beziehung

95) $$\frac{b_4}{r_4} < \frac{1}{2\nu_4},$$

welche zeigt, dass thatsächlich von der möglichen Breite kein sehr ausgedehnter Gebrauch gemacht werden kann.

Kapitel VI.

Berechnung einer allgemeinen Turbine.

Unter einer allgemeinen Turbine möge eine solche verstanden werden, deren Wasserteilchen sich auf Kurven bewegen, welche weder auf einer Cylinderfläche noch in einer zur Axe normalen Ebene liegen. Hierher gehören z. B. Turbinen mit radialem Eintritt und axialem Austritt des Wassers, solche, bei denen sich die Wasserteilchen auf einer Kegelfläche bewegen, sowie, streng genommen, auch alle axial oder radial beaufschlagten Turbinen mit veränderlicher Kranzbreite, da bei diesen nur der mittlere Wasserfaden auf einem Cylinder oder einer Ebene verläuft.

Bei solchen Turbinen wird man im allgemeinen für die Bahn jedes Wasserteilchens eine gewisse Rotationsfläche als geometrischen Ort in Aussicht nehmen können, wodurch die Aufgabe entsteht, die Schaufelformen so zu wählen, dass die wirklichen Bahnen jener Voraussetzung entsprechen. Eine verwandte Aufgabe wurde bereits durch die v. Reichesche Schaufelform der Axialturbinen gelöst.

Betrachten wir zunächst einen Wasserfaden im Leitkanal einer allgemeinen Turbine, so kann für jeden Punkt P desselben (s. Fig. 45) die Geschwindigkeit c zerlegt werden in eine Komponente c_x, welche dieselbe Bedeutung hat wie bisher, und eine zweite zu c_x rechtwinklige Komponente, welche in der Ebene der Meridianlinie der oben genannten Rotationsfläche liegt und diese Linie berührt. Diese Komponente möge c_m — Meridiangeschwindigkeit — heissen; sie ist selbst wieder die Resultante aus c_a und c_r, den zur Axe und zum Radius des Rotationskörpers parallelen Komponenten. In Fig. 45 ist die Komponente c_m dargestellt, während c_x zur Ebene dieser Figur normal gerichtet ist und im Grundriss, Fig. 46, erscheint.

Bezeichnet ferner in dem betrachteten Punkte r den Kreishalbmesser der Rotationsfläche, ϱ den Krümmungsradius der Meridianlinie und δ den Winkel zwischen ϱ und der Axe, so ist offenbar $\frac{c_m^2}{\varrho}$ die von der Meridiangeschwindigkeit herrührende, nach dem Krümmungsmittelpunkt M gerichtete Beschleunigungskomponente, während die Kreisgeschwindigkeit c_x die nach der Axe gerichtete Beschleunigung $\frac{c_x^2}{r}$ giebt, deren Komponente nach ϱ gleich ist $\frac{c_x^2}{r} \sin \delta$.

Nennen wir die in die Richtung von ϱ fallende gesamte Beschleunigungskomponente φ_ϱ, positiv mit dem Sinne hinweg vom Krümmungsmittelpunkt M, so ist

$$\varphi_\varrho = \frac{c_x^2}{r} \sin\delta - \frac{c_m^2}{\varrho}.$$

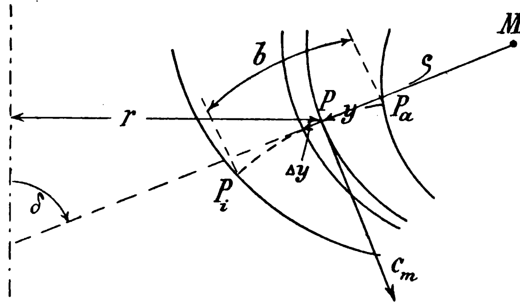


Fig. 45.

Mit φ_ϱ steht die Änderung des Druckes in der Richtung von ϱ in dem bekannten Zusammenhang (s. Anm. S. 7).

Bezeichnet b die Kanalbreite, hier als Länge eines Bogens aufgefasst, welcher überall die Meridiane, zugleich also die Richtung von c_m rechtwinklig

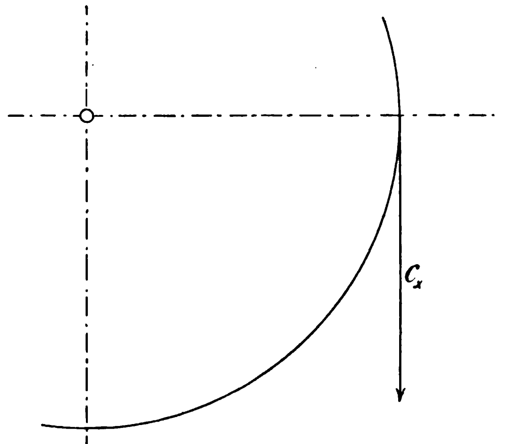


Fig. 46.

schneidet, y den Bogenabstand des auf diesem Bogen liegenden beliebigen Punktes P von P_a, so muss bei Vernachlässigung der Schwere, die Gleichung

$$\frac{dh}{dy} = -\frac{\varphi_\varrho}{g}$$

oder

96) $$\frac{dh}{dy} = \frac{1}{g}\left(\frac{c_m^2}{\varrho} - \frac{c_x^2}{r}\sin\delta\right)$$

erfüllt sein, damit der materielle Punkt P auf der Rotationsfläche bleibt.

Fasst man weiter zwei benachbarte Punkte auf der Normalkurve $P_a P_i$ ins Auge, so erscheint es zur Vermeidung unnötiger Wasserreibung zweckmässig, wenn die Beziehung besteht

$$\frac{c_m + d c_m}{c_m} = \frac{\varrho + dy}{\varrho}$$

oder

97) $$\frac{d c_m}{dy} = \frac{c_m}{\varrho},$$

d. i. dieselbe Bedingung, welche für die Geschwindigkeit in einer Centrifuge oder in einem festen Körper stattfindet, wobei die Reibung, soweit sie von c_m abhängt, Null ist[1]).

Ist es nach Gleichung 97) leicht möglich, aus der für einen Wasserfaden angenommenen Meridiangeschwindigkeit die seiner Nachbarfäden abzuleiten, so kann weiter Gleichung 96) mit Zuhilfenahme von Gleichung 16) dazu dienen, die Variation von c_x mit y zu finden nach einem Gedankengang, welcher dem bei Begründung der v. Reicheschen Schaufel angewandten durchaus analog ist. Die rein algebraische Behandlung der Aufgabe wird jedoch hier durch den Umstand erschwert, dass der Krümmungsmittelpunkt benachbarter Fäden nicht derselbe ist und dass sich daher für ϱ eine sehr komplicierte Funktion von r und z ergeben würde. Diese Schwierigkeit vermeidet folgendes Näherungsverfahren.

Nehmen wir einen mittleren Wasserfaden von endlicher Breite Δy nicht nur durch seine Bahnkurve, sondern auch durch den Geschwindigkeitsriss als gegeben an, so kann zu jedem Punkte der Meridiankurve der zu c_m normale Querschnitt ΔF gefunden werden, welchen der Wasserfaden an beliebiger Stelle hat, wenn ΔF für eine Stelle 1 gegeben ist. Da die Wasserfäden bei einer Vollturbine auf der Rotationsfläche kongruent sind, so ist, von den Schaufeldicken abgesehen, ΔF als eine Ringfläche $\Delta F = 2\,\pi r\,\Delta y$ aufzufassen, deren radiale Breite sich berechnet zu

98) $$\Delta y = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{c_{m1}}{c_m}\,\Delta y_1 .$$

---

1) Wird Gleichung 97) erfüllt, so verhalten sich die Geschwindigkeiten c_m wie die zwischen benachbarten Normalkurven liegenden Strecken der Meridiane.

Hiermit ist es möglich, für den Wasserfaden zu der mittleren Meridiankurve an jeder Stelle die Breite $\varDelta y$ und damit auch die ihn begrenzenden Meridiane zu zeichnen, welche zugleich Grenzkurven der Nachbarfäden sind, deren c_m sich aus Gleichung 97) näherungsweise berechnen oder nach der Anmerkung S. 66 graphisch aufsuchen lassen, und für welche nach demselben Verfahren eine zweite Grenzfläche gefunden wird. In dieser Weise fortschreitend kann man, ohne noch auf die Komponenten c_x einzugehen, einen Wasserkörper von grösserer Breite gewinnen, welcher durch Rotationsflächen in schmale Körper zerlegt ist, die der Gleichung 97) genügen. Für den mittleren, zuerst angenommenen, Faden kann man nun aus Gleichung 96) $\frac{dh}{dy}$ berechnen, da sämtliche Grössen der rechten Seite durch die Zeichnung des Wasserweges und den Geschwindigkeitsriss gegeben sind. Für die Breite $\varDelta y$ ergiebt sich damit hinreichend genau der Druckunterschied $\frac{dh}{dy}\varDelta y$ und, wenn der Kanal nicht breit ist, so würde sogar ohne grossen Fehler dasselbe Verhältnis $\frac{dh}{dy}$ für die ganze Breite b angenommen werden dürfen. Danach kann nun für beliebig viele Punkte der Nachbarfäden h näherungsweise bestimmt und nach Gleichung 16) zunächst c^2 und, da c_m bekannt ist, auch

$$99) \qquad c_x = \sqrt{c^2 - c_m{}^2}$$

gefunden werden. Selbst bei roher Annäherung ist das hierdurch gefundene Gesetz für die gegenseitige Abhängigkeit der Geschwindigkeitsrisse der verschiedenen Wasserfäden schon sehr belehrend. Es steht aber nichts im Wege, wenn man sich die Zeit nehmen will, beliebig schmale Wasserfäden an einander zu reihen und ihre Geschwindigkeitsrisse sowie die denselben entsprechenden Wegkurven zu ermitteln.

Ist beim Eintritt in den Leitkanal $\alpha_1 = 90^0$, also $c_{1x} = 0$, h aber über die ganze Breite konstant, so kann Gleichung 96) nur erfüllt werden, wenn $\varrho = \infty$ ist. Daraus ergiebt sich, dass die Krümmung der Meridiankurve im Punkte 1 eine ganz unmerkliche sein und bis zum Punkte 2 zunehmen, ϱ also allmählich abnehmen soll.

Aus Gleichung 96) folgt ferner, wenn $\frac{dh}{dy} = 0$ ist, d. h. die Normalkurve $P_a P_i$ eine Linie konstanten Druckes ist,

$$100) \qquad \frac{c_x}{c_m} = \sqrt{\frac{r}{\varrho \sin \delta}},$$

eine Gleichung, welche unschwer erfüllt werden kann. Sie erlangt Wichtigkeit für das Laufrad von Girard-Turbinen.

Offenbar gelten die zunächst für das Leitrad entwickelten Beziehungen, in denen nur c, nicht u vorkommt, ganz unverändert auch für das Laufrad, hat es doch für die inneren Vorgänge im Wasser, insbesondere für die Beziehungen zwischen Druck und Geschwindigkeit keinen Einfluss, ob die absolute Bewegung des Wassers durch einen festen oder einen beweglichen Kanal erzwungen wird.

Hiernach gilt Gleichung 100) auch für das Laufrad und kann dazu dienen, die Schaufel einer Girard-Turbine so zu gestalten, dass die freie Oberfläche der Wasserstrahlen eine für die Ausführung bequemere Gestalt erhält als bei cylindrischer Bewegung des mittleren Fadens. Eine zum Meridian normale Ebene, welche sich in Fig. 45 durch die Grade ϱ projicirt, schneidet nämlich, wenn Gleichung 100) erfüllt wird, die freie Oberfläche des Wassers in einer durch die Drehaxe gehenden Geraden, und hierdurch wird es leicht möglich, die Schaufel nahezu als normale Schraubenfläche, d. h. so zu gestalten, dass sie die beiden Radkränze rechtwinklig trifft.

Aber nicht nur für Girard-Turbinen, auch für axiale Überdruckturbinen kann durch die Wahl gekrümmter Meridiane die Druckverteilung in solcher Weise beeinflusst werden, dass die Schaufelform eine für die Ausführung bequemere Gestalt erhält als die v. Reichesche.

Die für den Eingang ins Leitrad bereits hervorgehobene Bedingung $\frac{dh}{d\varrho} = 0$ muss offenbar auch für den Ausgang aus dem Laufrad erfüllt sein. Auch hier ist $c_x = 0$, wonach aus Gleichung 100) folgt $\varrho_4 = \infty$.

Die mitgeteilte Behandlung der allgemeinen Turbine ist meines Wissens neu und hat praktische Berücksichtigung noch nicht gefunden. Auch hier handelt es sich, wie bei der v. Reicheschen Form, um ein Mittel, die Verluste nach Möglichkeit zu vermindern, von welchem nur insoweit Gebrauch gemacht werden kann, als nicht praktische Unbequemlichkeiten dadurch entstehen.[1])

1) Während des Druckes erschien ein Aufsatz über Francis-Turbinen-Schaufelung von E. Speidel und W. Wagenbach in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure vom 20. Mai 1899. Die Verfasser denken sich ebenfalls das ganze Laufrad durch Rotationsflächen zerlegt, doch wird nicht gesagt, ob und wodurch die Wasserteilchen gezwungen werden, sich auf diesen Flächen zu bewegen.

Kapitel VII.

Variationen im Betrieb einer unveränderlichen Turbine.

Die Turbine werde hier als körperlich unveränderlich angesehen. Verstellungen einzelner Teile, etwa Drehung der Leitschaufeln oder Veränderung des beaufschlagten Bogens kommen daher nicht in Betracht, und es sind sämtliche Radien und Querschnitte sowie die Winkel α_1 bis α_2 und β_3 bis β_4 als konstant und gegeben zu betrachten. Wie in Kap. I ausgeführt, sind hierdurch die Geschwindigkeitsrisse bis auf den noch unbestimmt bleibenden Massstab gegeben.

Veränderliche Grössen, sie mögen Betriebsgrössen heissen, sind:

z das Spiegelgefälle, seither mit z_0—z_5 bezeichnet,
V das in der Sekunde zufliessende Wasservolum,
v_3, v_4 die Umfangsgeschwindigkeiten,
ω die Winkelgeschwindigkeit in einer Sekunde,
n die Tourenzahl in einer Minute,
a die hydraulische Arbeit von 1 kg Wasser,
M das hydraulische Moment an der Turbinenwelle,
M_b das Bremsmoment,
N_b die Brems- oder Nutzarbeit der Turbine in Pferdestärken,
η_h der hydraulische Wirkungsgrad,
η_m der mechanische Wirkungsgrad, definiert durch Gleichung 101).

Zwischen diesen Grössen bestehen verschiedene Beziehungen. Zunächst ist:

101) $$N_b = \eta_m N = \eta_m \frac{1000}{75} Va = \eta^m \; 13{,}33 \; Va$$

sowie

102) $$N_b = \frac{\omega}{75} M_b = \frac{2 \pi n}{60 . 75} \cdot M_b = 0{,}0014 \; M_b \, n .$$

Aus diesen Gleichungen folgt, sofern $M_b = \eta_m M$,

103) $$M = 1000 \; V \frac{a}{\omega} .$$

Ferner sei hier noch Gleichung 82a) wiederholt:

82a) $$a = \eta_h \, z = \frac{1}{g} \left(v_3 c_{3x} - v_4 c_{4x} \right),$$

welche zwar für Radialturbinen entwickelt wurde, jedoch die Axialturbine als Sonderfall einschliesst und auch für allgemeine Turbinen gilt. Führt man hier die aus Fig. 12 bekannte Beziehung ein:

$$c_{4x} = v_4 + u_{4x},$$

so erhält man

$$a = \frac{1}{g} (v_3 c_{2x} - v_4^2 - v_4 u_{4x})$$

oder

104) $$a = \frac{1}{g} [\omega (r_3 c_{2x} - r_4 u_{4x}) - \omega^2 r_4^2].$$

Diese Gleichung kann dazu dienen, für konstante Wassermenge V, also auch konstante[1]) c_{2x} und u_{4x} die Abhängigkeit zwischen a und ω darzustellen. Dabei wird nach Gleichung 103) und 104),

105) $$M = \frac{1000}{g} (r_3 c_{2x} - r_4 u_{4x} - r_4^2 \omega) V.$$

Wird, vom Stillstand beginnend, die Belastung der Turbine, also auch M, allmählich vermindert, so nimmt die Tourenzahl entsprechend zu, um für $M = o$ einen grösstmöglichen Wert zu erreichen. Dabei wird zweimal $a = o$, einmal für $\omega = o$, das anderemal für $M = o$. Dazwischen liegt ein Maximum für a. Unter Einführung der Bezeichnungen

M_0 für den Stillstand,
a_1, ω_1, n_1, M_1 „ „ Zustand der grössten Arbeitsleistung,
ω_2, n_2 „ „ „ des Leerlaufs

ergiebt sich aus Gleichung 105)

106) $$M_0 = \frac{1000}{g} (r_3 c_{2x} - r_4 u_{4x}) V,$$

107) $$\omega_2 = \frac{1}{r_4^2} (r_3 c_{2x} - r_4 u_{4x}),$$

also aus Gleichung 106) und 107)

108) $$M_0 = \frac{1000}{g} r_4^2 \omega_2 V.$$

Ferner erhält man durch Differenzieren von a in Gleichung 104) nach ω für dem Maximalwert von a die Bedingungsgleichung

109) $$\omega_1 = \frac{1}{2 r_4^2} (r_3 c_{2x} - r_4 u_{4x}),$$

---

1) Die hierbei gemachte Voraussetzung gefüllter Kanäle trifft keineswegs immer zu. Besonders beim Leerlauf kann leicht Luft eintreten (vergl. S. 9).

oder, im Hinblick auf Gleichung 107),

110) $$\omega_1 = \frac{1}{2}\,\omega_2 \,.$$

Mit Benutzung von Gleichung 106) schreibt sich Gleichung 105)

$$M = M_0 - \frac{1000}{g} \cdot r_4{}^2\, V\,\omega\,,$$

was geometrisch eine Gerade bedeutet (s. Fig. 47), während man für a aus Gleichung 104) erhält:

111) $$a = \frac{r_4{}^2}{g}\,(\omega_2\,\omega - \omega^2)\,,$$

d. i. die Gleichung einer Parabel, Fig. 48, welche die ω-Axe in den

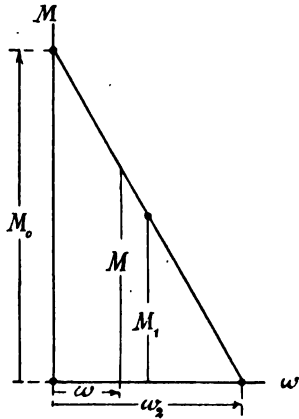


Fig. 47.

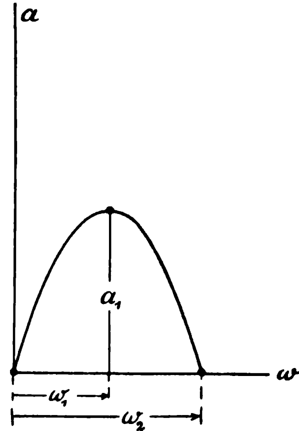


Fig. 48.

Punkten $\omega = o$ und $\omega = \omega_2$ schneidet, und deren höchster Punkt die Koordinaten ω_1 und $a_1 = \frac{r_4{}^2}{g}\,\omega_1{}^2$ hat, wonach sich aus Gleichung 109) ergiebt

112) $$a_1 = \frac{1}{4g}\left(\frac{r_3}{r_4}\,c_{2x} - u_{4x}\right)^2.$$

Es könnte die Meinung entstehen, als wäre ω_1 die unbedingt vorteilhafteste Gangart der Turbine. Dabei würde man übersehen, dass bei der Variation von ω nicht notwendig das Spiegelgefälle konstant bleibt, daher der grösste Wert von a nicht notwendig auch mit dem grössten Wert von $\eta_h = \frac{a}{z}$ zusammen eintritt.

Für η_h kann man nach Gleichung 82) und 83), unter Benutzung der Abkürzung $2ga = c_a^2$ S. 44, schreiben

$$\eta_h = \frac{c_a^2}{c_a^2 + c_r^2},$$

oder

$$\frac{1}{\eta_h} = 1 + \left(\frac{c_r}{c_a}\right)^2.$$

Um für η_h einen grossen, für $\frac{1}{\eta_h}$ einen kleinen Wert zu erhalten, muss $\frac{c_r}{c_a}$ möglichst klein, also c_r möglichst klein, c_a möglichst gross werden.

Die Bedingungen, unter denen c_r möglichst klein wird, sind schon früher erörtert worden. Sie bestehen in dem stossfreien Eintritt in das Laufrad, d. h. $c_{2x} = c_{3x} = v_3 + u_{3x}$ oder

113) $$c_{2x} = r_3 \omega + u_{3x}$$

und in dem normalen Austritt $c_{4x} = o$ oder

114) $$u_{4x} = -r_4 \omega.$$

Die Bedingung für ein möglichst grosses c_a oder $\sqrt{2ga}$ fällt zusammen mit der für einen grössten Wert a, welche nach Gleichung 109) lautet

115) $$\omega_1 = \frac{1}{2r_4^2}\left(r_3 c_{2x} - r_4 u_{4x}\right).$$

Im allgemeinen wird für eine gegebene, beliebig konstruierte Turbine und gegebene Aufschlagmenge V der Wert

$$\omega = \frac{c_{2x} - u_{3x}}{r_3},$$

welcher sich aus Gleichung 113) berechnet, ein anderer sein, als der Wert

$$\omega = \frac{-u_{4x}}{r_4}$$

aus Gleichung 114) und derjenige für ω_1 aus Gleichung 115). Offenbar würde sich aber ein günstigster Wert für η_h ergeben, wenn es gelänge, die Turbine so zu konstruieren, dass sämtliche Bedingungen bei einer und derselben Winkelgeschwindigkeit ω_1 erfüllt würden.[1] Eine solche Turbine möge kurz η-Turbine (Eta-Turbine) genannt werden.

---

1) Vergl. M. Grübler, Zur Theorie der Vollturbinen, Civilingenieur 1883. In diesem sehr wichtigen Aufsatz ist die hier gestellte Aufgabe zum erstenmal gründlich behandelt.

Für eine Eta-Turbine ist $\omega = \omega_1$, also nach Gleichung 114) und 115)

116) $$\frac{u_{4x}}{c_{2x}} = -\frac{r_3}{r_4},$$

ferner nach Gleichung 113) und 114)

$$\frac{u_{3x}}{c_{2x}} = 1 + \frac{r_3}{r_4}\frac{u_{4x}}{c_{2x}}$$

und, mit Rücksicht auf Gleichung 116),

117) $$\frac{u_{3x}}{c_{2x}} = 1 - \left(\frac{r_3}{r_4}\right)^2.$$

Ersetzt man in Gleichung 116) u_{4x} durch $-v_4$ und in Gleichung 117) u_{3x} durch $c_{2x} - v_3$, so folgt auch

118) $$\frac{v_4}{c_{2x}} = \frac{r_3}{r_4},$$

ferner

119) $$\frac{v_3}{c_{2x}} = \left(\frac{r_3}{r_4}\right)^2.$$

Bei einer Eta-Turbine bilden also die Geschwindigkeiten c_{2x}, v_4, v_3 eine harmonische Reihe. Es ist

120) $$\frac{v_4}{c_{2x}} = \frac{v_3}{v_4}.$$

Für Eta-Turbinen wird nach Gleichung 112) und 116) ferner

121) $$a_1 = \frac{1}{g}\left(\frac{r_3}{r_4}c_{2x}\right)^2 = \frac{1}{g}v_4^2.$$

Für den Laufradüberdruck erhält man, wenn ζ''' vernachlässigt wird, nach Gleichung 31)

$$h_3 - h_4 = \frac{1}{2g}(u_4^2 - u_3^2 + v_3^2 - v_4^2).$$

Wäre $u_{4r} = u_{3r}$, so könnte gesetzt werden $u_4^2 - u_3^2 = u_{4x}^2 - u_{3x}^2$. Unter dieser, in der Regel wenig fehlerhaften, Annahme ist zunächst

$$h_3 - h_4 = \frac{1}{2g}(u_{4x}^2 - u_{3x}^2 + v_3^2 - v_4^2),$$

also nach den Gleichungen 116), 117), 119), 120)

$$h_3 - h_4 = \frac{c_{2x}^2}{2g}\left[\left(-\frac{r_3}{r_4}\right)^2 - \left(1 - \left(\frac{r_3}{r_4}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{r_3}{r_4}\right)^4 - \left(\frac{r_3}{r_4}\right)^2\right],$$

122) $$h_3 - h_4 = \frac{c_{2x}^2}{2g}\left[2\left(\frac{r_3}{r_4}\right)^2 - 1\right],$$

oder, mit Gleichung 121) verglichen,

123) $$\frac{h_3 - h_4}{a_1} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{r_4}{r_3}\right)^2.$$

Diese Gleichung kann als Parabelgleichung aufgefasst werden, was zu der graphischen Veranschaulichung Fig. 49 führt.

Bemerkenswert sind in dem Diagramm, in welchem r_3 konstant ist,

Punkt	A:	$r_4 = o$,	$h_3 - h_4 = a_1$;
„	B:	$r_4 = r_3$,	$h_3 - h_4 = \frac{1}{2} a_1$;
„	C:	$r_4 = \sqrt{2}\, r_3$,	$h_3 - h_4 = o$.

Bei einer Eta-Turbine, deren Spaltradius r_3 gegeben ist, würde also der Überdruck $h_3 - h_4$ dem in Arbeit verwandelten Teil des Spiegelgefälles gleich, wenn die Turbine aussenschlächtig und $r_4 = o$ wäre, was natürlich, buchstäblich genommen, nicht möglich ist. Der Fall $r_4 = r_3$ entspricht der Axialturbine, für welche sich also $h_3 - h_4 = \frac{1}{2} a$ als zweckmässigster Laufradüberdruck herausstellt. Der dritte Fall zeigt, dass bei einer innenschlächtigen Eta-Turbine der Überdruck Null wird bei dem Radienverhältnis $\sqrt{2}$.

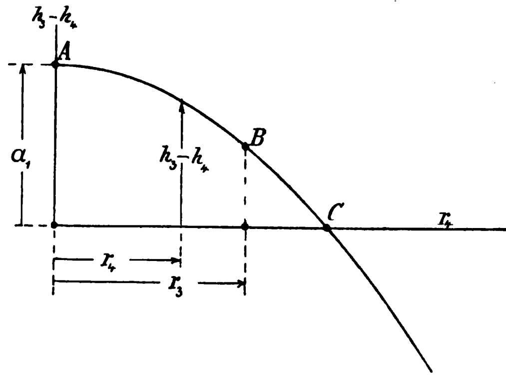


Fig. 49.

Vergrössert man r_4 noch mehr, so wird $h_3 - h_4$ negativ. Dieser Zustand kommt für Kreiselpumpen oder Förderturbinen in Anwendung. Er findet eine Grenze nur in dem von der Temperatur des Wassers abhängigen kleinsten möglichen Wert von h_3, welcher bekanntlich bei kaltem Wasser grösser bleiben muss als -10 m, unter h_3, wie stets bisher, den Überdruck über den Druck der Atmosphäre verstanden. Ist für h_3 ein möglicher Wert angenommen, d. h. ein solcher, bei welchem das Wasser noch nicht verdampft, so kann durch Vergrösserung von r_4 auch $(h_3 - h_4)$ beliebig verkleinert, d. h. h_4 beliebig vergrössert werden.

Die durch vorstehende Untersuchung für die Eta-Turbine gefundenen Verhältnisse würden allgemein empfohlen werden können, wenn nicht ein Umstand bisher unberücksichtigt geblieben wäre, der Spalt-Wasserverlust (s. Kap. III).

Wäre es möglich, $\sigma = o$ oder so klein zu machen, dass es praktisch keine Rolle mehr spielt, so könnte für Turbinen, welche einen möglichst hohen hydraulischen Wirkungsgrad ergeben sollen, überhaupt nur noch die aussenschlächtige Turbine empfohlen werden, und nach den Bemerkungen S. 59 würde es vorteilhaft sein $\frac{r_3}{r_4}$ möglichst gross zu wählen. Gleichung 123) oder Fig. 49 zeigt aber, dass in gleichem Sinne $h_3 - h_4$ wächst, woraus nach Kap. III auch eine Zunahme von σ folgt. Da nun σ wieder von der Spaltweite und diese von der Sorgfalt der Ausführung abhängt, so wird es um so eher möglich sein, die Eta-Turbine mit Vorteil zu benutzen, je bessere Ausführung zu gewärtigen ist.

Noch auf einen anderen Umstand ist an dieser Stelle aufmerksam zu machen. Die auf Seite 59 begründete Wahl eines grossen Wertes für $\frac{r_3}{r_4}$ bei aussenschlächtigen Turbinen würde an Berechtigung verlieren, wenn die Verlustgrösse $\zeta'' u_2{}^2$ wesentlich in Betracht käme. Je grösser nun $\frac{r_3}{r_4}$ wird, um so mehr vergrössert sich u_3, also auch u_2 und um so weniger wird es zulässig sein, die von u_2 abhängigen Übergangsverluste dem Betrage $\zeta''' u_4{}^2$ gegenüber zu vernachlässigen.

Liegt schon hierin ein Anlass, den Geschwindigkeitsriss der Eta-Turbine nicht allgemein anzunehmen, so kommt noch ein weiterer Grund aus den Schwankungen des verfügbaren Wasserzulaufs und der Radgeschwindigkeit hinzu. Je mehr darauf hingearbeitet wird alle Vorteile bei einem einzigen Betriebszustand zu vereinigen, umso schneller wird η_h sinken, wenn V und ω den bei der Berechnung angenommenen Werten nicht genau entsprechen.

Diese Erwägungen in eine solche mathematische Form einzukleiden, dass die günstigsten Verhältnisse auf dem Wege direkter Rechnung gefunden werden können, erscheint ziemlich aussichtslos. Leicht anzuwenden ist jedoch das umgekehrte Verfahren, versuchsweise in einem gegebenen Falle für eine Reihe möglicher Annahmen die Geschwindigkeitsrisse zu zeichnen, danach unter Berücksichtigung von σ und allen sonstigen Widerständen, soweit sie bekannt sind, η_h zu berechnen oder zu konstruieren und die verschiedenen η_h zu vergleichen.

Die obere Grenze für das Verhältnis $\frac{r_3}{r_4}$, welche etwa noch als praktisch brauchbar gelten kann, dürfte derjenige Wert sein, für welchen $u_3 = u_4$ wird. Für diesen Fall folgt aus Gleichung 116) und 118)

124) $$\frac{r_3}{r_4} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} = 1{,}62\,.$$

Es wird also

$$u_{3x} = u_{4x} = -1{,}62\, c_{2x},\quad v_4 = 1{,}62\, c_{2x},\quad v_3 = 2{,}62\, c_{2x}.$$

Diese Verhältnisse sind in dem Geschwindigkeitsriss Fig. 50 unter Beifügung der graphischen Bilanz zur Darstellung gebracht.

Escher empfiehlt[1]) Verhältnisse, welche dem Geschwindigkeitsriss Fig. 51 entsprechen würden, für Turbinen mit kleinem Gefälle zu dem Zwecke, eine möglichst grosse Umdrehungszahl zu erreichen. Wie ersichtlich ist der Unterschied zwischen u_4 und u_3 hier schon ziemlich gering.

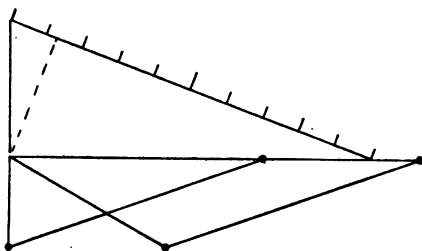


Fig. 50.

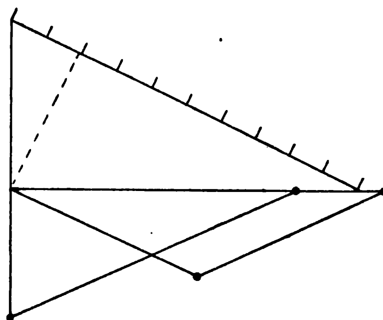


Fig. 51.

Ändert sich bei einer Turbine die Wassermenge V, was im allgemeinen auch eine Veränderung von z voraussetzt, so können die Bedingungen 113) und 114) nur erfüllt bleiben, wenn ω sich in demselben Verhältnis ändern würde wie V. Geht z. B. V über in εV, also c_{2x} in εc_{2x}, u_{3x} in εu_{3x}, so muss ω in $\varepsilon\omega$ übergehen, wie aus Gleichung 113) folgt.

Eine solche Betriebsänderung bildet sich im Geschwindigkeitsriss in geometrisch ähnlichen Figuren ab. Dieselben stimmen in sämtlichen Winkeln überein und ergeben für η_h denselben Wert. In Ermangelung eines besseren Ausdrucks möge diese Variation als isogone bezeichnet werden. Für die isogone Variation ist V mit ω proportional.

In sehr vielen, vielleicht den meisten, Fällen der Praxis wird die durch eine solche isogone Variation bedingte Änderung der Tourenzahl nicht zulässig sein. Bei geänderter Wassermenge wird daher meist eine unnormale hydraulische Wirkung eintreten, η_h also abnehmen.

---

1) **Rudolf Escher**, Über Niederdruckturbinen mit gesteigerter Umdrehungszahl. Schweiz. Bauzeitung, Bd. XXXVI. Nr. 2.

Da sich die mit den normalen Geschwindigkeitskurven ähnlichen Kurven für Leit- und Arbeitskanal für jede Wassermenge leicht zeichnen lassen, so kann auch der Stosswinkel $\beta_3 - \beta_2$ (s. Kap. III) ermittelt, und es kann, wenigstens näherungsweise, x, a und η_h für jede Wassermenge gefunden werden.

Mit diesen Zahlen ist es sodann möglich, auch die bei unnormalen Wasserverhältnissen zu erwartenden Betriebsergebnisse vorauszusagen und diesbezügliche geschäftliche Garantien abzuschliessen.

Sehr lehrreich ist es, für eine gegebene Turbine den Zusammenhang der Grössen x, ω, M in einem dreiaxigen Koordinatensystem graphisch darzustellen. Die entstehende Fläche, welche Variationsfläche genannt werden kann, giebt ein sehr vollständiges Bild über das Verhalten einer Turbine. Sie kann entweder auf Grundlage der Rechnung vorausbestimmt oder nach den Resultaten von Versuchen dargestellt werden. Der Vergleich zwischen beiden würde die Kenntnis der Erfahrungswerte für die Gefällverluste wesentlich fördern können.

Bei der synthetischen Konstruktion der Variationsfläche geht man am besten aus von den Linien konstanter Aufschlagmenge, welche kurz als Wasserlinien bezeichnet werden können, denselben, welche nach Gleichung 105) in der (M, ω)-Projektion gerade Linien sind. Bestimmt man für eine, z. B. die normale, Wassermenge aus den Kanaldimensionen und dem Geschwindigkeitsriss in bekannter Weise die Komponenten c_{2x} und u_{4x}, so findet sich M_0 für $\omega = o$ aus Gleichung 105) und ω_2 aus Gleichung 107). Durch diese beiden Schnittpunkte mit den Koordinatenaxen, d. h. durch das hydraulische Moment der stillstehenden Turbine und durch die Winkelgeschwindigkeit des reibungsfreien Leerlaufs ist die Gerade gegeben. Sucht man nun die entsprechenden Wasserlinien für Aufschlagmengen von gleichmässigen Differenzen, z. B. für 0,1, 0,2, 0,3. cbm u. s. f., so bilden die ω_2 eine arithmetische Reihe, während die M_0 im Verhältnis der Quadrate 1, 4, 9 u. s. f. fortschreiten (s. Fig. 52). In der (x, ω)-Projektion sind die Wasserlinien keine Geraden, sondern wie Fig. 53 darstellt, schwach gekrümmte Kurven. Man findet sie, indem man das Spiegelgefälle x oder $x_0 - x_5$ aus Gleichung 81) berechnet, was natürlich nur insoweit genau ist, als die Widerstandskoëfficienten für die betreffende Turbine bekannt sind. Insbesondere wäre ζ'' aus Gleichung 42) zu berechnen. Anstatt zu rechnen, kann man die graphische Bilanz, Fig. 33, 42 oder 43, konstruieren und aus c_i den Wert $x = \frac{c_i^2}{2g}$ berechnen. Hat man so die Wasserlinie in

(z, ω) für eine Wassermenge aufgesucht und noch in die (z, M)-Projektion übertragen, so kann nun die ganze Variationsfläche rein geometrisch gefunden werden.

Aus Gleichung 103) und 47) folgt zunächst

125) $$M = 1000 \frac{V}{\omega} \eta_h z .$$

Nun ist nach Seite 77 bei isogonen Variationen $\frac{V}{\omega}$ konstant und η_h konstant.

Nach Gleichung 125) ist also die Isogone in der (z, M)-Projektion Fig. 54 eine Gerade durch den Koordinatenanfang.

In der (z, ω)-Projektion ist die Isogone eine Parabel und als solche ebenfalls leicht zu zeichnen. Aus Gleichung 104) folgt nämlich, sofern

$$\frac{V}{F_2 \, tg \, \alpha_2} = c_{2x}, \quad \frac{V}{F_4 \, tg \, \beta_4} = u_{4x},$$

zunächst

$$a = \frac{1}{g} \left[V\omega \left(\frac{r_3}{F_2 \, tg \, \alpha_2} - \frac{r_4}{F_4 \, tg \, \beta_4} \right) - \omega^2 r_4{}^2 \right]$$

und für die Isogone, sofern für dieselbe $V = \text{Konst.}\,\omega$,

$$a = \text{Konst.}\,\omega^2,$$

also, da für die Isogone η_h konstant ist, auch

126) $$z = \text{Konst.}\,\omega^2 .$$

Die durch diese Gleichung dargestellte Parabel hat die ω-Axe zur Scheiteltangente, die z-Axe zur geometrischen Axe und geht durch den Koordinatenanfang, während ein zweiter bekannter Punkt jeweils auf der Wasserlinie liegt.

Wie aus Gleichung 103) ersichtlich, erhält man auch für die (M, ω)-Projektion der Isogone, indem man $\frac{V}{\omega} = \text{Konst.}$ und $a = \text{Konst.}\,\omega^2$ setzt,

127) $$M = \text{Konst.}\,\omega^2,$$

d. i. ebenfalls eine Parabel, deren geometrische Axe die M-Axe und deren Scheiteltangente die ω-Axe ist.

Zeichnet man die drei Projektionen für eine Anzahl Isogonen in regelmässigen Abständen, so erhält man ein Netz, ähnlich dem Gradnetz der Landkarte, welches die Gestalt der Variationsfläche derart zur Darstellung bringt, dass sie modelliert werden könnte. Die Hinzufügung von Linien für konstantes z, für konstantes M und für konstantes ω ist

lediglich eine Aufgabe der Projektionslehre, ebenso die Übertragung der Wasserlinien aus der (M, ω)-Projektion, wo sie als gerade Linien schon vorhanden sind, in die anderen Projektionen. In den Figuren 52, 53, 54 sind die Wasserlinien gestrichelt, die Isogonen mit vollen Linien dargestellt.

Bei einer ausgeführten betriebsfähigen Turbine können die Grössen z und ω leicht und ziemlich genau gemessen werden, nicht aber M, da das Moment M_b, welches durch einen Bremsversuch gefunden werden kann, von M durch das Moment der Reibung M_r verschieden ist, welches alle Reibungswiderstände der Turbinenwelle und des Laufrades im Wasser enthält, wozu, falls nicht die Turbinenwelle selbst die gebremste ist, noch die Widerstände weiterer Triebwerksteile hinzukommen. Eine indirekte Messung kann jedoch, anknüpfend an einen Vorschlag Professor Grüblers, folgendermassen vorgenommen werden.

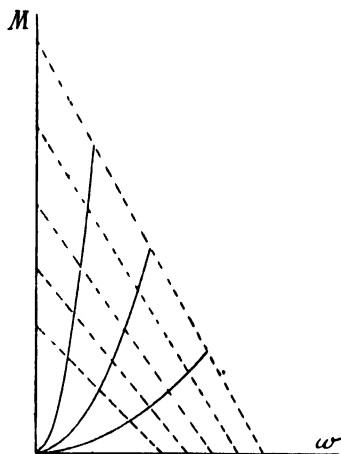


Fig. 52.

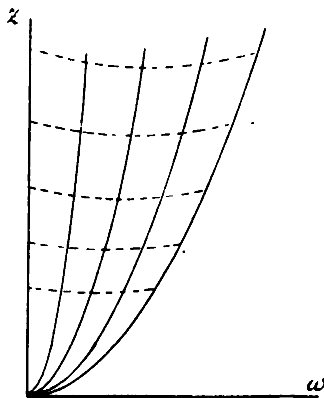


Fig. 53.

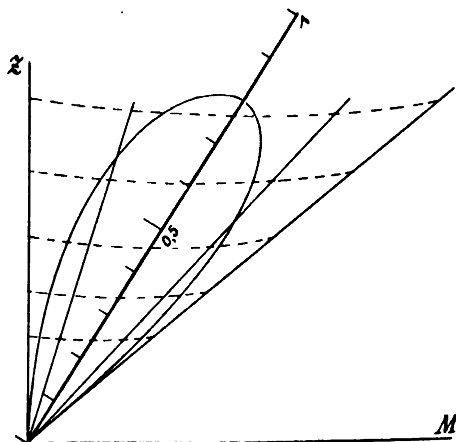


Fig. 54.

In den meisten Fällen wird es möglich sein, das Spiegelgefälle bei einer Turbinenuntersuchung etwas zu variieren. Sind nun z_1 und z_2 zwei mögliche Werte von z, und ist bei einer Bremsung unter dem Bremsmoment $(M_b)_1$ bei dem Gefälle z_1 die Winkelgeschwindigkeit ω_1 gefunden

worden, so kann für das Gefälle z_2 die Bremsbelastung bei teilweisem Nebendurchlass des Aufschlagwassers, also verändertem V so lange geändert werden, bis die Gleichung der Isogone

$$\omega_2 = \omega_1 \sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$$

erfüllt ist. Der hierbei gefundene Wert $(M_b)_2$ kann nun unter gewissen Voraussetzungen zur Ermittelung von M_r benutzt werden, nämlich dann, wenn M_r konstant ist, sich also weder mit z noch mit ω ändert. In diesem Falle folgt aus

$$128)\quad \begin{cases} (M_b)_1 = M_r + M_1 \\ (M_b)_2 = M_r + M_2 \end{cases}$$

und aus der nach Gleichung 125) abgeleiteten Beziehung

$$M_2 = \frac{z_2}{z_1} M_1$$

$$129)\quad \begin{cases} M_1 = \dfrac{z_1}{z_2 - z_1}\left[(M_b)_2 - (M_b)_1\right], \\ M_2 = \dfrac{z_2}{z_2 - z_1}\left[(M_b)_2 - (M_b)_1\right]. \end{cases}$$

Eine der Gleichungen 128) liefert sodann M_r. Könnte man den geschilderten Versuch für eine grössere Zahl von Beobachtungspaaren wiederholen, für welche z und ω stark verschieden sind, so müsste, wenn die Annahme, M_r sei konstant, richtig ist, für alle Paare derselbe Wert für M_r gefunden werden. Andernfalls könnte der Versuch gemacht werden, aus dem Beobachtungsmaterial zu ermitteln, wie die Funktion beschaffen sein muss, welche die Abhängigkeit zwischen M_r, z und ω zum Ausdruck bringt, eine Arbeit, welche wegen der relativen Kleinheit von M_r im Vergleich mit M oder M_b einen hohen Grad von experimenteller Genauigkeit erfordern würde.

Je genauer M_r für den ganzen in Betracht kommenden Bereich der Variationsfläche ermittelt werden kann, umso sicherer wird sich M aus den Beobachtungswerten M_b ableiten, um so richtiger also die Variationsfläche (M, z, ω) zeichnen lassen, was besonders dann von Nutzen ist, wenn sie mit der synthetischen Fläche verglichen werden soll, etwa, um die dabei benutzten Koëfficienten zu prüfen. Andernfalls würde man sich auch mit der Fläche (M_b, z, ω) begnügen können, welche Aufschluss über die praktisch interessanten Fragen giebt und jedenfalls auch zur Vervollständigung der ersten Fläche (M, z, ω) ausgeführt werden sollte.

Die Arbeit, welche das Wasser V cbm in der Sekunde auf die Turbine überträgt, ist

$$A = M\omega,$$

die effektive oder Bremsarbeit, welche die Turbine abgiebt,

$$A_b = M_b\omega.$$

Beide Grössen werden durch das Koordinatenrechteck der (M, ω)-Projektion dargestellt, erstere in der synthetischen, letztere in der experimentellen Variationsfläche. Ihr Verhältnis $\frac{A_b}{A}$ ist der mechanische Wirkungsgrad η_m. Wäre V durch direkte Messung bekannt, so könnte auch $\eta_h = \frac{A}{1000\, Vz}$ berechnet werden.

Doch auch ohne diese Messung geben die Wasserlinien der Variationsfläche (M, z, ω) ein Mittel, V zu finden. Differenziert man nämlich in Gleichung 105) M nach ω, so erhält man, wenn V konstant bleibt, also auch c_{2x} und u_{4x} konstant sind

130) $$V = \frac{g}{1000\, r_4^2} \frac{-dM}{d\omega}.$$

Offenbar ist nach Fig. 47

$$\frac{-dM}{d\omega} = \frac{M_0}{\omega_2},$$

also

131) $$V = \frac{g}{1000\, r_4^2} \frac{M_0}{\omega_2}$$

Wenn die Funktion M_r von z und ω bekannt ist, so genügen 2 zusammengehörige Beobachtungen von M_b und ω bei gleichem V, um die Wasserlinie darzustellen, welche die beiden Axen in M_0 und ω_2 schneidet, doch wird die Ermittelung von V natürlich um so genauer sein, je mehr Paare (M_b, ω) für die betreffende Wassermenge, d. h. je mehr Punkte der Wasserlinie gefunden sind. Die Aufgabe V konstant zu halten, ist praktisch mitunter ziemlich schwierig, doch genügt im allgemeinen die fortlaufende Geschwindigkeitsmessung in einem Punkte in der Mitte eines Gerinnequerschnitts, um die Stetigkeit zu erweisen, oder durch Verstellen einer Überlaufschütze konstante Stromstärke einzuregulieren.

Nachdem V gefunden ist, kann man η_h für jede Isogone berechnen und in der (M, z)-Projektion als Radiusvektor auftragen (s. Fig. 54). Man erhält ein Polardiagramm für η_h, welches die Form eines Blattes hat und leicht übersehen lässt, wie die Ausnutzung der Wasserkraft sich bei unnormalen Verhältnissen verändert. Die Grösse von η_h kann an dem auf der Isogone des höchsten Wirkungsgrades in Fig. 54 angebrachten Massstab abgemessen werden.

Kapitel VIII.

Turbinensätze.

Wie sich bereits im vorigen Kapitel gezeigt hat, kann eine gegebene Turbine bei sehr verschiedenen Wasserverhältnissen und Geschwindigkeiten verwendet werden, und es giebt eine gewisse Kurve in der Variationsfläche, welche denjenigen Zusammenhang zwischen M, z, ω, angiebt, der bestehen muss, um den höchsten mit dieser Turbine möglichen Wirkungsgrad zu erreichen. Es ist die normale Isogone, welche für Vollturbinen jedem Gefälle eine bestimmte Tourenzahl und ein bestimmtes Belastungsmoment, gleichzeitig aber auch eine bestimmte Wassermenge pro Stunde zuordnet. Hält man in einer Turbinenfabrik Zeichnungen oder Modelle in gewissen Grössenabstufungen, d. h. einen Turbinensatz, vorrätig, aus welchem für Fälle des bestimmten Bedarfes eine Auswahl zu treffen ist, so werden selten die Faktoren V, z einer natürlichen Wasserkraft so beschaffen sein, dass sie genau einem Punkte der normalen Isogone einer Satznummer entsprechen. Denkt man sich die Isogonen der verschiedenen Nummern des Satzes in einer Zeichnung vereinigt, so wird vielmehr im allgemeinen das Bild der gegebenen Wasserverhältnisse auf einen Punkt zwischen zwei normalen Isogonen führen, so dass man sich entschliessen muss, entweder die kleinere oder die grössere Nummer zu wählen. Je grösser die Abweichung ist, um so weniger günstig wird der Wirkungsgrad der Turbine ausfallen. Bei der Ausarbeitung eines Turbinensatzes wird daher eine wichtige Entschliessung in der Wahl der Stufengrössen zwischen den einzelnen Nummern liegen.

Im Interesse dieser Aufgabe möge zunächst das Gesetz der normalen Verwendung einer Turbine dargestellt werden, was zum Teil Wiederholung ist; sodann möge ein Stufengesetz ermittelt werden, welches sich für den Fall eignet, dass sämtlichen Turbinen des Satzes der gleiche Geschwindigkeitsriss mit unbestimmtem Massstab zu Grunde gelegt worden ist und auch die vom Geschwindigkeitsriss unabhängigen Verhältnisse übereinstimmend gewählt sind, so dass die Turbinen im wesentlichen unter einander geometrisch ähnlich sein werden.

Bei diesen Untersuchungen möge C die Bedeutung einer unbestimmten Konstanten haben, deren Grösse hier unwesentlich ist und welche in verschiedenem Sinne gebraucht wird.

Die normale Verwendung einer Turbine.

Für irgend einen Querschnitt des Leitrades oder Laufrades ist

$$V = F c_x = \frac{c_x}{c_i} c_i = \frac{c_x}{c_i} \sqrt{2gx},$$

also, da bei isogoner Variation alle Geschwindigkeitsverhältnisse konstant bleiben,

132) $$V = C x^{\frac{1}{2}}.$$

Die minutliche Tourenzahl n ist

$$n = \frac{60}{2\pi r} \frac{v}{c_i} \sqrt{2gx},$$

also auch

133) $$n = C x^{\frac{1}{2}}.$$

Ferner ist die hydraulische Arbeit in Pferdestärken

$$N = \frac{1000}{75} \eta_h V x = C x^{\frac{1}{2}} x$$

oder

134) $$N = C x^{\frac{3}{2}}.$$

Endlich folgt aus der bekannten Gleichung

$$M = 716{,}2 \frac{N}{n} = C \frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}$$

135) $$M = C x.$$

Man kann die Gleichungen 132) bis 135) wie folgt zusammenfassen:

136) $$N^2 : x^3 : M^3 : V^6 : n^6 = C.$$

Dieser Ausdruck, welcher in zehn Gleichungen zerlegt werden kann, ermöglicht die Lösung zahlreicher Aufgaben und zwar nicht nur für normale, sondern auch für unnormale Isogonen. Besonders hervorgehoben sei die Proportionalität zwischen n und V.

Die Abmessungen und Betriebsgrössen der Turbinen eines Satzes.

Setzt man in Gleichung 62) ν, τ, $\frac{r}{b}$, den Voraussetzungen dieses Kapitels entsprechend, konstant, so ist zunächst

$$r = C V^{\frac{1}{2}} c_x^{-\frac{1}{2}}.$$

Nun ist $c_x = \frac{c_x}{c_i} \sqrt{2gz} = Cz^{\frac{1}{2}}$, also $c_x^{\frac{1}{2}} = Cz^{\frac{1}{4}}$, demnach

137) $$r = C V^{\frac{1}{2}} z^{-\frac{1}{4}}.$$

Ferner ist einerseits

$$v = Crn = Cn V^{\frac{1}{2}} z^{-\frac{1}{4}},$$

andererseits

$$v = \frac{v}{c_i} c_i = Cz^{\frac{1}{2}},$$

sonach

138) $$n = C V^{-\frac{1}{2}} z^{\frac{3}{4}}.$$

Endlich erhält man

$$N = C V z$$

sowie

139) $$M = C \frac{N}{n} = C V^{\frac{3}{2}} z^{\frac{1}{4}}.$$

Die hier mit C bezeichneten Konstanten können bei der Ausarbeitung eines Satzes an einem Beispiel zahlenmässig ermittelt, die Abmessungen nach r mittels Verhältniszahlen bestimmt werden.

Ist nun r_j der Bezugshalbmesser einer bestimmten Turbine des Satzes, r_k derjenige der zunächst grösseren und r ein nach Gleichung 137) für eine vorliegende Aufgabe aus den Faktoren V und z berechneter Zwischenwert, so kann folgende Erwägung vorgenommen werden:

Würde die Turbine r_j gewählt, so könnte bei dem gegebenen Gefälle z nicht die ganze zufliessende Wassermenge V verarbeitet werden, sondern nur die etwas kleinere $\left(\frac{r_j}{r}\right)^2 V$. Der Rest $V - \left(\frac{r_j}{r}\right)^2 V$ müsste durch ein Freigerinne abgelassen werden, um zu verhindern, dass der Oberspiegel auf diejenige Höhe z_j steigt, welche nach Gleichung 132) der normalen Verwendung der zu kleinen Turbine für die Wassermenge V entpricht. Drücken wir den durch das Einschalten in den Turbinensatz entstehenden Verlust in der Form eines Wirkungsgrades aus und bezeichnen wir diesen mit η_e' für die Benutzung der kleineren Turbine, so wird

140) $$\eta_e' = \left(\frac{r_j}{r}\right)^2.$$

Würde die Turbine r_k gewählt, so ist das vorhandene Gefälle zu gross für V und die Turbine würde so lange mehr Wasser verbrauchen als zufliesst, bis das Gefälle auf einen Betrag z_k gesunken ist, welcher

der Wassermenge V nach Gleichung 137) entspricht. Hier tritt der Einschaltverlust in Form einer Gefällverminderung in Erscheinung, sonach ist jetzt

141) $$\eta_e'' = \frac{x_k}{x}.$$

Einen mit Gleichung 140) ähnlichen Ausdruck kann man aber auch hier gewinnen. Bezeichnet man mit V_k die der Turbine r_k bei dem Gefälle x normal zukommende Wassermenge, so sind V, x_k und V_k, x Punkte der normalen Isogone der Turbine r_k. Nach Gleichung 132) ist daher

142) $$\frac{x_k}{x} = \left(\frac{V}{V_k}\right)^2.$$

Vergleicht man weiter die berechnete Turbine r mit der Satzturbine r_k bei dem gegebenen Gefälle x, wobei erstere V, letztere V_k cbm verbraucht, so folgt

$$\frac{V}{V_k} = \left(\frac{r}{r_k}\right)^2.$$

Unter Mitbenutzung der Gleichungen 141), 142) erhält man also:

143) $$\eta_e'' = \left(\frac{r}{r_k}\right)^4.$$

Die in den Gleichungen 140) und 143) ausgedrückten Einschalt-Wirkungsgrade werden im allgemeinen verschieden sein, und, wenn man η_e' und η_e'' ausrechnet, so wird sich zeigen, ob es vorteilhafter ist, die grössere oder die kleinere Turbine zu benutzen. Der ungünstigste Fall, der eintreten kann, ist offenbar derjenige, für welchen $\eta_e' = \eta_e''$ wird, d. h.

$$\left(\frac{r_j}{r}\right)^2 = \left(\frac{r}{r_k}\right)^4$$

oder

144) $$r = r_j^{\frac{1}{3}}\, r_k^{\frac{2}{3}}.$$

Dies in Gleichung 140) oder 143) eingesetzt, ergiebt

145) $$\text{Min } \eta_e = \left(\frac{r_j}{r_k}\right)^{\frac{4}{3}}.$$

Eine nahe liegende Forderung ist es nun, die Stufenfolge eines Turbinensatzes so zu ordnen, dass der in Gleichung 145) ausgedrückte ungünstigste Fall in allen Intervallen eine bestimmte untere Grenze nicht über chreitet, weil man hierdurch die Sicherheit gewinnt, dass selbst bei den am wenigsten den Satznummern entsprechenden Wasserverhältnissen der hydraulische Wirkungsgrad nicht kleiner sein wird als

146) $$\eta_h = \text{Min } \eta_e\, \eta_n,$$

unter η_n den normalen hydraulischen Wirkungsgrad für die Satzturbinen bei den normalen Isogonen verstanden. Diese Forderung wird nach Gleichung 145) erfüllt, wenn $\frac{rj}{rk}$ für den ganzen Satz einen konstanten Wert erhält, die Radien also eine geometrische Reihe bilden.

Bei einer graphisch dargestellten Tabelle eines der Praxis entnommenen Turbinensatzes[1]) bewegte sich $r_j : r_k$ zwischen 0,925 und 0,87. Danach scheint etwa $r_j : r_k = 0{,}9$ dem praktischen Bedürfnis zu entsprechen. Nach Gleichung 145) würde diese Annahme zur Folge haben

$$\text{Min } \eta_e = 0{,}9^{\frac{4}{3}} = 0{,}869\,.$$

Im Mittel zwischen den günstigsten und ungünstigsten Möglichkeiten wäre dann $\eta_e = \frac{1}{2}\,(1 + 0{,}869) = 0{,}9345$; der Wirkungsgrad wäre also durchschnittlich $6\,^2/_3\,\%$ niedriger, als er sich für die Satznummern normal berechnet.

Bei der vorstehenden Betrachtung sind V und z als unveränderlich behandelt worden, während wohl bei jeder natürlichen Wasserkraft beide Grössen veränderlich sind. Man kann diesem Umstand dadurch einigermassen Rechnung tragen, dass man V und z als Jahresmittelwerte (vergl. S. 91) auffasst.

Kapitel IX.

Anpassungsbehelfe.

Aus den Betrachtungen der vorigen Kapitel ist zur Genüge die Thatsache hervorgetreten, dass eine voll beaufschlagte, an sich unveränderliche Turbine nur für solche Werte von V, z, ω ihren höchsten Wirkungsgrad η_n entwickelt, welche Punkten der normalen Isogone entsprechen.

In der Regel ist nun eine erhebliche Änderung von ω mit Rücksicht auf den Betriebszweck der Turbine nicht zulässig, während V und z natürlichen Variationen unterliegen, so dass im allgemeinen die Gleichungen 136) nicht erfüllt werden können. Hierdurch entsteht das Bedürfnis nach Mitteln, welche es möglich machen, die Turbine den

---

1) Arndt, Graphische Turbinentabelle, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1890, S. 981.

natürlichen Schwankungen der Wasserkraft so anzupassen, dass auch ohne Erfüllung der Gleichungen 136) ein möglichst hoher Wirkungsgrad erreicht werden kann.

Wären solche Mittel noch nicht bekannt, so könnte zu ihrer Auffindung die Gleichung 104) in der abgeänderten Form S. 79 dienen. Setzen wir $a = \eta_h\, z$, so folgt

147) $$z = \frac{1}{g\,\eta_h}\left[V\omega\left(\frac{r_3}{F_2\, tg\,\alpha_2} - \frac{r_4}{F_4\, tg\,\beta_4}\right) - \omega^2 r_4{}^2\right].$$

Will man die Erniedrigung des Wirkungsgrades vermeiden, so ist η_h als gegeben zu betrachten. Ist auch ω gegeben und als konstant zu betrachten, so muss von den Grössen r_3, r_4, F_2, F_4, α_2, β_4 wenigstens eine veränderlich sein, um die Gleichung bei unabhängiger Variation von V und z stets zu erfüllen. Bis jetzt hat sich nur die Variation von F_2 und α_2 praktisch bewährt, d. h. die Änderung partieller Beaufschlagung und die Drehung der Leitschaufeln.

Die Variation von r_3, r_4, F_4, β_4 ist zwar nicht ganz unmöglich, aber nicht einfach genug. Wäre ein Sammelbehälter vorhanden, welcher bei Stillständen der Turbine einen Vorrat aufnimmt, der dann für einige Zeit die normale Wassermenge liefern kann, so ist V nicht unabhängig variabel. Dieser Fall gehört also nicht hierher. Auch die Einfügung von Drosselwiderständen im Zufluss- oder Abflusskanal kann für den in Rede stehenden Zweck nicht in Frage kommen, da dieselben wie eine Gefällverminderung wirken, also den Wirkungsgrad in demselben Masse erniedrigen wie die Leistung.

Die Bethätigung der Anpassungsbehelfe kann von Hand oder selbstthätig erfolgen. Pfarr empfiehlt z. B. die Anwendung sogenannter Wasserstandsregulatoren, welche mittelst Schwimmer die Stellschieber oder Leitschaufeln in solcher Weise beeinflussen, dass stets das grösstmögliche Gefälle ausgenutzt wird, mit welchem das Wasser noch ohne teilweisen Nebenabfluss zugeführt werden kann. (Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure 1891 S. 891). Da die Variationen von V und z fast immer langsam erfolgen, so hat die Konstruktion von Wasserstandsregulatoren keine wesentlichen Schwierigkeiten.

Die gebräuchlichen Anpassungsbehelfe sind übrigens nicht frei von besonderen Verlusten, die einer, wenigstens flüchtigen, Untersuchung bedürfen.

Partielle Beaufschlagung.

Der Gesamtquerschnitt F_2 kann geändert werden durch Änderung der Grösse der einzelnen Kanäle oder durch Ausschaltung einzelner

Leitkanäle oder Kanalgruppen, indem man sie durch Abdecken oder Verschliessen unwirksam macht. Die Grösse lässt sich leicht ändern, wenn nur eine oder wenige Leitzellen vorhanden sind. In anderen Fällen ist dieses Mittel in der Regel nicht brauchbar. Liegen die wirksamen und die unwirksamen Bogen in derselben Kreislinie, so liegt die partielle Beaufschlagung im gewöhnlichen Sinne vor (vergl. S. 28). Doch auch die Ausschaltung ganzer Kränze bei mehrkränzigen Turbinen kann als partielle Beaufschlagung bezeichnet, wenigstens unter dieser Überschrift hier kurz besprochen werden.

Bei jeder Teilbogen-Beaufschlagung entstehen an beiden Grenzen des beaufschlagten Bogens Unregelmässigkeiten und Energieverluste, welche den Wirkungsgrad der ganzen Turbine umsomehr herabziehen, je kleiner der beaufschlagte Bogen ist. Sind die gedeckten Leitzellen mit ruhendem Wasser gefüllt, so muss auch in den Arbeitszellen das Wasser plötzlich zur Ruhe kommen in dem Augenblick, in welchem sie unter die gedeckten Zellen gelangen. Die lebendige Kraft der relativen Geschwindigkeit geht hierbei verloren. Tritt am Ende des gedeckten Bogens die mit ruhendem Wasser gefüllte Laufzelle wieder unter die erste wirksame Leitzelle, so wird der daselbst herrschende Druck erst allmählich die normale Durchgangsgeschwindigkeit herstellen können; anfangs ist daher u_4 zu klein, also c_4 zu gross. Der entstehende Gesamt-Verlust dürfte sich so darstellen lassen, als würde eine bestimmte Anzahl Zellen k_g an den Grenzen der Deckzone wirkungslos, unter k_g eine ganze oder gebrochene Zahl verstanden. Ist daher k_3 die Anzahl der Laufradzellen, welche dem nicht gedeckten Leitradbogen entsprechen, so ist $\frac{k_3 - k_g}{k_3}$ der Verhältniswert, mit welchem die Leistung multipliziert werden muss, um den Deckungsverlust in Rechnung zu stellen. Wir setzen zur Abkürzung

$$1 - \frac{k_g}{k_3} = \eta_\tau ,$$

und zwar soll der Index τ andeuten, dass dieser Wirkungsgrad durch die teilweise Beaufschlagung bedingt ist.

Die geschilderten Verluste werden sehr gemässigt, ja fast beseitigt, wenn die gedeckten Leitzellen nicht mit Wasser, sondern mit Luft gefüllt sind, da alsdann die stossweise Festhaltung des Wassers nicht stattfindet, also auch der Strom der ersten offenen Zelle im Laufrad nur Luft zu verdrängen hat. Die Lüftung der Deckzellen ist jedoch nur dann möglich, wenn das Laufrad frei über dem Unterspiegel angeordnet ist, es sei denn, dass bei Stau Luft eingeblasen wird, was Girard

gethan und als „hydropneumatisation" bezeichnet hat. Der Zahlenwert k_g würde durch Versuche zu ermitteln sein.[1]) Wäre z. B. $k_g = 2 \cdot \frac{1}{2}$, so erhielt man für $k_3 = 20$ $\eta_r = 1 - \frac{1}{20} = 0{,}95$, für $k_3 = 10$ $\eta_r = 1 - \frac{1}{10} = 0{,}9$. Letzterer Wert würde sich auch ergeben, wenn man den Aufschlagbogen von 20 Zellen in zwei Gruppen von je 10 Zellen zerlegt, was zwecks symmetrischer Kraftwirkung nicht selten geschieht, den Wirkungsgrad jedoch herabzieht.

Aus vorstehender Betrachtung kann man entnehmen, dass es vorteilhaft ist, bei partieller Beaufschlagung möglichst viel Zellen anzuwenden, da alsdann selbst bei Deckung ohne Lüftung der Nachteil dieser Regulierung nicht sehr gross ist. Fehlt die Lüftung, so dürfte übrigens die Grösse des Verlustes unabhängig davon sein, ob der Spaltdruck grösser oder kleiner ist.

Die Ausschaltung ganzer Kränze ist von den geschilderten Nachteilen frei, doch gestattet sie natürlich nur eine Änderung in viel grösseren Stufen. Man kann diesen Behelf sowohl bei Axial- wie bei Radialturbinen anwenden. Bei letzteren dienen zur Abdeckung cylindrische Schieber, welche auch so gestellt werden können, dass bisweilen ein Kranz nur teilweise gedeckt ist. Hierbei wird durch den plötzlichen Querschnittswechsel in dem einen Ring ein grosser Verlust veranlasst, dessen Einfluss auf den Gesamtwirkungsgrad aber um so kleiner ist, je mehr Ringe offen, also in Thätigkeit sind.

Drehbare Leitschaufeln.

Diese Regulierung wird bis jetzt fast ausschliesslich für aussenschlächtige Turbinen in der von Prof. C. Fink angegebenen Weise angewandt. Sie lässt sich aber auch, wenn schon weniger leicht, für innenschlächtige und für Axialturbinen verwenden. In dem letztgenannten Fall müssten die Leitschaufeln zwischen Kugelflächen beweglich gemacht werden, was erhebliche Ausführungsschwierigkeiten mit sich bringt.

Wird die Winkelgeschwindigkeit und das Gefälle als konstant angenommen, so sind von den in Gleichung 147) vorkommenden Grössen

$z,\ g,\ \omega,\ r_3,\ r_4,\ F_4,\ \beta_4$ konstant,
$\eta_h,\ V,\ F_2,\ \alpha_2$ veränderlich.

Liegt die Zeichnung der Turbine vor, so ist α_2 und F_2 für jede Stellung der Leitschaufeln gegeben. Mit Benutzung dieser Grössen

1) Nach Versuchen von Prof. M. Schröter mit einer axialen Überdruckturbine und kurzem Saugrohr berechnet sich z. B. k_g zu 0,7 bis 1,8 für ventilierte Klappen. Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure 1886, S. 781 und 806.

kann zu jeder Stellung der Schaufel und für ein V_1 von bestimmter Grösse der kombinierte Geschwindigkeitsriss unter Benutzung von Gleichung 39) entworfen und die Bilanz gezeichnet werden. Dabei erhält c_i, also auch $z = \frac{c_i^2}{2g}$, eine Reihe von Werten, welche durch eine Funktionskurve (z, α_2), etwa durch ein Polardiagramm mit α_2 als Amplitude und z als Radiusvektor, abgebildet werden kann. Während die ganze Kurve sich auf das gegebene V_1 bezieht, entspricht dem gegebenen z — es heisse z' — nur ein Punkt der (z, α_2)-Kurve. Beschreibt man mit z' als Radius einen Kreis um den Koordinatenanfang, so schneidet derselbe diesen einen Punkt an und ergiebt dadurch den Stellwinkel α_2 der Leitschaufeln, für welchen nicht nur $V = V_1$, sondern auch $z = z'$ wird.

Durch Wiederholung dieses Verfahrens für einige andere Wassermengen V_2, V_3 u. s. w., erhält man das Gesetz, welches V und α_2 in Beziehung bringt bei dem Gefälle z'. Lässt man einen mit den Leitschaufeln zwangläufig verbundenen Zeiger, auf einer Skala spielen, so kann die Teilung, zunächst für das Gefälle z', so berechnet werden, dass jeder Teil einem gleichen Bruchteil, etwa einem Zehntel, der grössten Wassermenge entspricht. Eine solche Skala wird auch für andere Gefälle richtig sein, wenn für jedes z die Winkelgeschwindigkeit nach Massgabe von Gleichung 133) gewählt wird, d. h. wenn die Tourenzahlen den Quadratwurzeln aus den Gefällen entsprechen. Würde der Zahlenwerth der Konstanten C in Gleichung 133) auf der Skala kenntlich gemacht und die Formel mit diesem Zahlenwert als Gebrauchsanweisung angeschrieben, so könnte man danach bei jeder Leitschaufelstellung aus der Zeigerstellung und dem Gefälle z das entsprechende V berechnen.

Die Bedingungen stossfreien Überganges und normalen Austritts können bei gegebenem z nur für einen Wert V erfüllt werden. Wählt man für dieses V einen Mittelwert, so beeinträchtigen die für andere V entstehenden Ungenauigkeiten den Wirkungsgrad nur wenig (s. S. 32).

Das Jahresdiagramm.

Die Untersuchungen im Kapitel VII, welche sich auf unveränderliche Turbinen bezogen, und die soeben behandelten Beispiele legen die Frage nahe, ob es für eine gegebene Wasserkraft vorteilhafter ist, Anpassungsbehelfe anzuwenden oder nicht. Diese Frage steht in engem Zusammenhang mit der Wahl der Grösse und Geschwindigkeit einer Turbine für stark schwankende Wasserkräfte.

Ist auch die Wassermenge keineswegs in regelmässig wiederkehren-

der Weise von der Jahreszeit abhängig, so sollte doch vor der Berechnung einer neuen Turbinenanlage versucht werden, ein Jahresdiagramm des Wasserzulaufes so gut wie möglich zu zeichnen. Selbst oberflächliche Messungen mit Schwimmern, ein Jahr lang monatlich wiederholt, können schon eine brauchbare Diagrammlinie liefern.

Wird nun versuchsweise eine bestimmte Turbinenart und Grösse A in Vorschlag gebracht, so kann dazu für jedes V ein z und ein η_h berechnet oder aus der Variationsfläche entnommen werden. Falls dieses z nicht eine Überschreitung des gesetzlich bestimmten Oberspiegels bedingt, kann es angewandt werden, im anderen Falle ist die Grenze innezuhalten, also ein Teil von V frei durchlaufen zu lassen. So wird einesteils z durch V, anderntteils aber auch V durch z bedingt, und es ergiebt sich je eine Jahreskurve für das mit der Turbine A verwendbare V und das dabei mögliche z. Aus V und z folgt aber η_h und damit die Leistung in Pferdestärken für jede Jahreszeit

$$N_b = \frac{1000}{75} \cdot \eta_m \eta_h V z .$$

Trägt man auch N_b als Jahreskurve auf und sucht den Mittelwert, indem man die Fläche unter der Kurve in ein Rechteck verwandelt, so ergiebt sich ein Wert N_m, die mittlere Jahresleistung der gegebenen Wasserkraft, welche durch die Turbine A nutzbar gemacht werden kann, und damit eine Zahl, nach welcher zwischen verschiedenen Turbinenarten und -Grössen A, B, C eine zweckmässige Auswahl getroffen werden kann. Die Wahl einer zwar stärkeren, aber auch teureren Turbine wird dann gerechtfertigt erscheinen, wenn der zu erwartende Gewinn aus der Mehrleistung genügt, um im Verlauf von etwa 10 Jahren die Preisdifferenz und die Verzinsung des jeweils noch ungetilgten Teiles derselben vollständig auszuzahlen. Der Jahreswert einer Pferdekraft dürfte dabei auf 100 bis 150 Mark zu veranschlagen sein.

Bei manchen Wasserkraftanlagen kommt es vor, dass ausnahmsweise grosse Wassermassen mit vermindertem Gefälle auftreten. Ist man hier an eine bestimmte Tourenzahl gebunden, so kann diese von der dem niedrigen Gefälle entsprechenden so wesentlich verschieden sein, dass zu erwägen ist, ob es sich lohnen würde, durch Wechselräder oder Stufenscheiben im Hauptgetriebe diesem Nachteil zu begegnen. Auch für diese Frage könnte das Jahresdiagramm gute Dienste thun.

Der Hinweis auf derartige Anwendungen möge zugleich die Wichtigkeit eingehender Studien über den unnormalen Gang einer Turbine erkennen lassen.

Kapitel X.

Regulierung der Geschwindigkeit.

Bestand die in dem vorigen Kapitel behandelte Aufgabe in der möglichst zweckmässigen Anpassung der Turbine an die Wasserkraftfaktoren V und z, so ist hier zu erörtern, durch welche Mittel die nötige Gleichheit zwischen der Arbeitsleistung und der Arbeitsverwendung in solcher Weise herbeigeführt werden kann, dass die Tourenzahl n oder die Winkelgeschwindigkeit ω sich nicht mehr ändert als mit dem besonderen Betriebszweck verträglich ist.

Vorteilhaft ist es, wenn der Arbeitsbedarf in einem Betrieb jederzeit den natürlichen Schwankungen der Wasserkraft angepasst werden oder, wenn die Turbine, durch einen anderen Motor, etwa eine Dampfmaschine, unterstützt, die volle Wasserkraft ausnutzen kann.

Wirkt die Turbine allein, so wird der Arbeitsbedarf nie grösser sein dürfen, sondern höchstens gleich, meist aber kleiner als jeweils die vorteilhaft ausgenutzte Wasserkraft, es sei denn, dass durch einen Sammelbehälter (Mühlteich), der in der Regel nur bei kleinen Wasserkräften angelegt werden kann, eine Aufspeicherung von Wasser bei geringerem Bedarf ermöglicht wird.

Sehen wir von diesem Falle ab, so geht der in jedem Augenblick ungenutzte Teil des Arbeitsvermögens unwiederbringlich verloren, und es entsteht lediglich die Aufgabe, den Überschuss so zu vernichten, dass die Geschwindigkeit nicht zu gross wird. Hierzu können die Anpassungsbehelfe des vorigen Kapitels zwar verwendet werden; ihre Aufgabe ist aber jetzt eine andere. Vermindert man nämlich F_2 oder α_2 unter das Mass, welches dem jeweiligen V und z entspricht, so steigt das Oberwasser, und das Wasser fliesst über. Offenbar hätte ebenso gut ein Drosselwiderstand zur Verminderung des wirksamen Gefälles und damit zur Vernichtung des Arbeitsüberschusses dienen können.

Hier zeigt sich ein Unterschied im Vergleich mit der Regulierung von Dampfmaschinen. Bei diesen sucht man durch Einwirkung des Regulators auf die Füllung den Dampfvorrat sparsam zu verwenden. Bei den Turbinen ohne Sammelbehälter hat das Sparen keinen Zweck.

Wie man die Vernichtung des überschüssigen Arbeitsvermögens bewerkstelligt, ist daher nur nach Gesichtspunkten der schnellen Wirkung, der leichten Bedienung und nach sogenannten konstruktiven

Rücksichten zu entscheiden, Fragen, welche ausserhalb des Rahmens dieses Buches liegen.

Bezeichnet, wie im Kap. VII, M_b das Kraftmoment des Betriebswiderstandes, M das treibende Moment der Wasserkraft, M_r das Reibungsmoment, sämtlich bezogen auf die Turbinenaxe, ferner J das Trägheitsmoment der Turbine und des damit verbundenen Triebwerkes, bezogen auf die Turbinenaxe, so ist bekanntlich die Beschleunigung der Winkelgeschwindigkeit gleich dem Quotienten aus dem überschüssigen oder resultierenden Kraftmoment und dem Trägheitsmoment oder

148) $$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}(M - M_b - M_r).$$

Wird ω als Funktion von t in rechtwinkligen Koordinaten dargestellt, so ist offenbar $\frac{d\omega}{dt}$ die Tangente des Neigungswinkels dieser Kurve. Dieser Winkel lässt sich, wenn M, M_b und M_r ebenfalls als Funktionen der Zeit gegeben sind, sehr leicht konstruieren (s. Figg. 55, 56, 57), indem man J und $(M - M_b - M_r)$, abgekürzt ΔM, als Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks ABC verwendet, dessen Hypotenuse die Richtung angiebt, welche die Kurve (ω, t) in dem betreffenden Augenblick haben muss. Wiederholt man diese Konstruktion für nächstfolgende Zeitpunkte, so kann sich die Richtung von AC allmählich ändern. Sie wird horizontal in dem Punkte $\Delta M = 0$. Die Kurve (ω, t), welche so elementweise entsteht, ist offenbar die Integralkurve zu der Kurve $(\Delta M, t)$. Bei der Turbine ist nun M nicht unabhängig variabel, sondern es ist, wie schon im Kap. VII gezeigt wurde und am deutlichsten aus der Projektion (M, ω) der Wasserlinie Fig. 52 ersichtlich ist, mit ω stark veränderlich und zwar in umgekehrtem Sinne.

Wird diese Kurve noch als dritte Projektion in Fig. 57 hinzugefügt, so kann, wenn M_b und M_r für jeden Zeitpunkt t gegeben sind, nach jeder Änderung von ω der neue Wert von M gesucht und ein neues ΔM sowie ein neues Element der Kurve (ω, t) gezeichnet werden; und es muss, wenn ΔM positiv war und $M_b + M_r$ einige Zeit konstant bleibt, bald ein konstantes ω_1 eintreten.

Die Geschwindigkeit hat sich damit dem Betriebswiderstand auf natürliche Weise angepasst. In jedem Beharrungszustand wird also für konstantes V die Winkelgeschwindigkeit ω eine Funktion von $M_b + M_r$.

Die hierbei stattfindenden Variationen der Winkelgeschwindigkeit ω von ω_0 bis ω_1 sind für feinere Betriebe zu gross. Man muss daher durch ein künstliches Mittel die Abnahme von M mit ω so beeinflussen, dass sie schneller erfolgt als nach dem Gesetz der Wasserlinie. An Stelle derselben muss eine Linie treten, welche in der (M, ω)-Projektion steiler verläuft. Die Aufgabe der künstlichen Regulierung der Geschwindigkeit besteht nun, allgemein ausgedrückt, darin, einen sogenannten

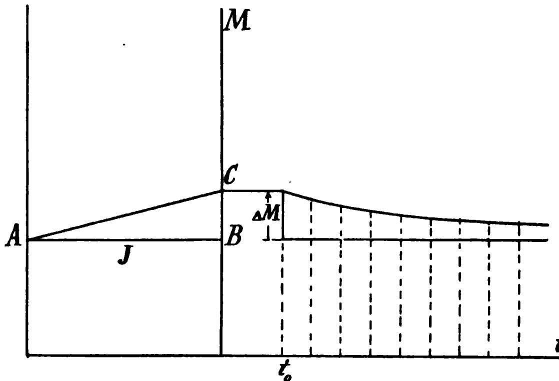


Fig. 55.

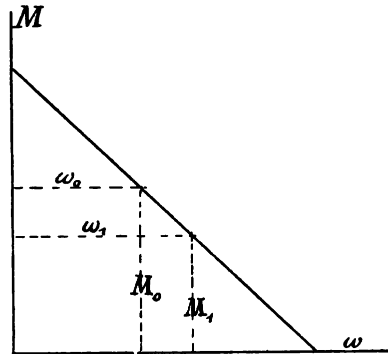


Fig. 57.

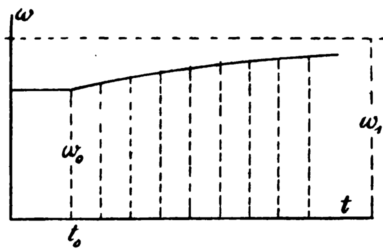


Fig 56.

Regulator, d. h. einen Mechanismus, dessen Gleichgewichtsstellung durch ω stark beeinflusst wird, in solcher Weise mit irgend welchen Anpassungsbehelfen in Verbindung zu bringen, dass die (M, ω)-Linie die geänderte Lage erhält. Ebensowenig wie die Anpassungsbehelfe, die hier mit dem allgemeineren und gebräuchlichen Namen Stellzeug bezeichnet werden mögen, soll hier der Regulator selbst zum Gegenstand der Untersuchung gemacht werden. Nur die Verbindung, das Zwischengetriebe, bedarf an dieser Stelle einer näheren Betrachtung an einigen Beispielen.

1. Beispiel. Direkt wirkende Regulierung durch zwangläufges Zwischengetriebe.

Zwangläufige Verbindung zwischen dem Regulator und dem Stellzeug findet dann statt, wenn jeder Stellung des einen eine bestimmte Stellung des andern entspricht. Wäre nun die Stellung des Regulators nur durch ω bedingt, so müsste auch M nur von ω abhängig oder, mathematisch ausgedrückt, es müsste M eine Funktion von ω werden. Ganz vollkommen trifft dies indessen aus mehreren Gründen nicht zu. Es bedarf immer einer gewissen, wenn auch kleinen Zeit nach Eintritt einer Änderung von ω, um die entsprechende Regulatorstellung herbeizuführen, auch bleibt infolge von Reibungswiderständen in den Gelenken die Stellung des Regulators immer etwas hinter derjenigen zurück, welche erreicht werden würde, wenn keine solchen Widerstände vorhanden wären. Mit anderen Worten: die Regulatorstellungen für ein bestimmtes ω sind nicht nur von ω, sondern auch davon abhängig, ob ω im Zunehmen oder Abnehmen begriffen ist. Beide Umstände, welche als Trägheit und Unempfindlichkeit bezeichnet werden, haben die Folge, dass für einen gewissen Wert ω das hydraulische Moment M bei zunehmendem ω etwas grösser, bei abnehmendem ω, etwas kleiner sein wird als im rechnungsmässigen Beharrungszustande, und dass dieser Unterschied um so grösser ist, je schneller sich die Geschwindigkeitsänderung vollzieht. Wenn daher einer Beurteilung des Vorganges der Regulierung die statische Beziehung $M = f(\omega)$ zu Grunde gelegt wird, das Nachschleppen also unberücksichtigt bleibt, so ergiebt sich stets eine etwas zu kurze Zeit bis zum Eintritt eines neuen Gleichgewichtszustandes. Man findet die Zeit selbst, indem man in dem Reguliordiagramm je nach kleineren Änderungen von ω den entsprechenden Wert M berechnet oder aus einer die Funktion $M = f(\omega)$ darstellenden Kurve entnimmt, danach die neue Differenz ΔM ermittelt und $\frac{d\omega}{dt}$ konstruiert. Offenbar wird der Zustand, in welchem $\Delta M = o$ wird, in welchem also die Ursache der Beschleunigung aufhört, jetzt bei geringerer Zunahme von ω eintreten als bei natürlicher Regulierung; doch das soeben erwähnte Nachschleppen bedingt, dass sich M bei konstantem ω noch etwas ändert, nachdem $\Delta M = o$ erreicht war, dass sonach auch ω wieder abnimmt und nach einer Änderung von endlicher Grösse die umgekehrte, d. h. auf Verminderung von M wirkende Regulierung eintritt. Ein vollständiger Beharrungszustand ist, wie ersichtlich, infolge des toten Ganges unmöglich, doch wird eine fortlaufende Geschwindigkeitswelle eintreten,

deren Schwanken bei einem empfindlichen Regulator in sehr engen Grenzen gehalten werden kann. Die grösste Abweichung von ω, welche nach einer Störung dann stattfindet, wenn $\frac{d\omega}{dt}$ zum erstenmal Null wird, ist besonders von den vorhandenen Schwungmassen, d. h. von J abhängig. Der mittlere Wert, um welchen ω nach eingetretenem Beharrungszustand schwankt, ist dagegen bedingt durch die Funktion $M = f(\omega)$.

Zwangläufig wirkende Regulatoren werden bei Dampfmaschinen mit Schiebersteuerung mit Erfolg verwendet. Bei Turbinen befriedigen sie aber im allgemeinen nicht, weil hier der Widerstand des Stellzeuges sehr gross ist, dieser Widerstand aber erst überwunden werden muss, ehe der Regulator seine Stellung verlassen kann. Solche Regulatoren werden daher sehr unempfindlich, oder sie erhalten unpraktisch grosse Dimensionen.

2. Beispiel. Indirekt wirkende Regulierung durch Krafteinschaltung.

Hier dient der Regulator nur dazu, bei gewissen, wenig von einander verschiedenen Geschwindigkeiten die Bewegung einer Welle oder einer sonstigen Kraftleitung in wechselndem Sinne durch Ein- und Auskuppeln zu beeinflussen. Hierdurch wird es möglich, mit einem verhältnismässig schwachen Regulator beträchtliche Widerstände des Stellzeuges zu überwinden. Eine Aufzeichnung des Regulierdiagrammes sowohl als auch das thatsächliche Verhalten zeigt jedoch, dass jede Gleichgewichtstörung eine allmählich anwachsende Geschwindigkeitswelle nach sich zieht, welche sogar bis zum Stillstand führen kann, wenn nicht die natürliche Regulierung es verhindert. In dem Regulierdiagramm Fig. 58 ist ω_{eo} die obere, ω_{eu} die untere Einrückgeschwindigkeit, ω_{ao} die obere, ω_{au} die untere Ausrückgeschwindigkeit. Infolge von Trägheit und Unempfindlichkeit ist

$$\omega_{eo} > \omega_{ao} \text{ und } \omega_{eu} < \omega_{au} .$$

Für die Veränderung von M nach erfolgtem Einkuppeln ist die Beziehung

$$dM = C dt$$

zu Grunde gelegt, d. h. es ist angenommen, dass sich das Arbeitsmoment in gleichen Zeiten um gleich viel verändert, und zwar, dass es bei oberer Einrückung ebenso schnell abnimmt wie es bei unterer Einrückung zunimmt. Hiernach muss sich die (M, t)-Kurve aus fallenden, wagerechten und steigenden Geraden zusammensetzen, während in der (ω, t)-Kurve diesen steigenden und fallenden Geraden Parabelbögen, den wagerechten Geraden geneigte geradlinige Strecken entsprechen.

In Fig. 58 stelle t_0 den Augenblick dar, in welchem der Beharrungszustand bei normaler Geschwindigkeit ω_n durch plötzliche Verminderung von M_b gestört wird. Infolge der entstehenden Differenz ΔM nimmt ω zu, und im Zeitpunkte t_1 ist die obere Einrückgeschwindigkeit erreicht. Nun beginnt die Verminderung von ΔM und die Abnahme der Beschleunigung $\frac{d\omega}{dt}$. In t_2 ist $\Delta M = 0$ und $\frac{d\omega}{dt} = 0$. ω hat ein Maximum erreicht, die Abnahme von M dauert aber noch fort, ΔM wird also negativ. In t_3 hat $(-\Delta M)$ die Grösse von ΔM in t_1 erreicht. Da aber erst in t_4 die Ausrückung erfolgt, so wird in der Zeit t_3 bis t_4 $(-\Delta M)$ noch grösser geworden sein. Bis zum Zeitpunkte t_5 bleibt M konstant,

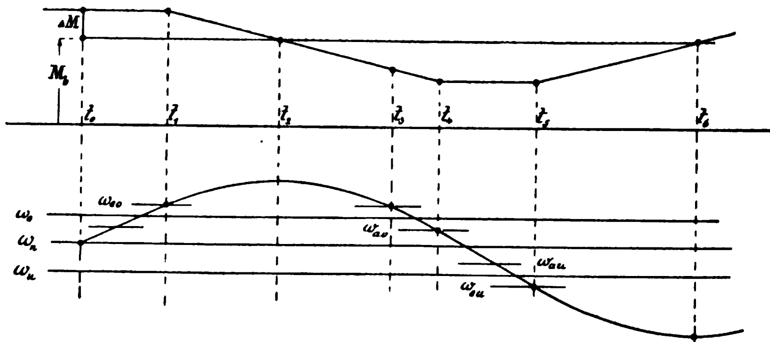


Fig. 58.

um sodann infolge der unteren Einrückung wieder zuzunehmen. Im Punkte t_6 ist wieder $\Delta M = 0$ und $\frac{d\omega}{dt} = 0$. Offenbar ist der Minimalwert von ω in diesem Punkte weiter von ω_n entfernt als im Punkte t_2, sonach hat die Geschwindigkeitswelle in der That Neigung, an Ungleichmässigkeit zuzunehmen. Der Zweck der Regulierung wird also nicht erreicht.

3. Beispiel. Indirekt wirkende Regulierung durch Krafteinschaltung mit Stellhemmung.[1])

Diese Wirkungsweise vereinigt die vorteilhaften Eigenschaften der beiden vorher behandelten Beispiele. Der Grundgedanke, welcher sich in sehr verschiedener Weise verkörpern lässt, wird in Fig. 59 mit den einfachsten Mitteln dargestellt. C sei ein Wassercylinder, dessen abwärts-

---

1) Prof. F. Lincke bezeichnet in einer kinematischen Studie, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1879, S. 509 und 577, diese Vermittelungsmechanismen als Mechanisches Relais.

gehende Kolbenstange mit dem Stellzeug verbunden ist, während die aufwärtsgehende an dem Hebel KRS angreift. Die entlastete Kolbenschiebersteuerung, deren Stange in S befestigt ist, wird durch den in R angreifenden Regulator bethätigt. Da aber jeder Hebung von S eine Hebung von K folgt, welche, wenn R sich nicht weiter bewegt, S in seine Mittellage zurückführt und damit das bewegende Druckwasser abstellt, also die weitere Verstellung hemmt (daher der Name Stellhemmung nach Reuleaux), so ergiebt sich für die Gleichgewichtslagen ein einfacher Zusammenhang zwischen der Bewegung von R und K. Beide Punkte kommen immer in solchen Lagen wieder zur Ruhe, als wäre S ein fester Punkt. Es ist also der Weg von K dem Wege von R proportional und, was die Hauptsache ist, M wird eine reine Funktion von ω wie beim direkt wirkenden Regulator, während dabei die eingeschaltete Druckkraft des Wassers einen viel grösseren Widerstand überwinden kann als jener. Die mehr oder weniger grosse Vollkommenheit der Regulierung wird bei der vorliegenden Ausführung besonders durch die Reibung des Kolbenschiebers bedingt.

S R K C

Fig. 59.

Andere Gestaltungen desselben Gedankens bedienen sich an Stelle des Wasserdruckes eines Riemenwendegetriebes [1]) welches durch den Regulator, im Sinne des Vor- und Rückwärtsganges bethätigt, eingeschaltet wird, während die Ausschaltung der Bewegung durch diese selbst erfolgt, in einem von der Stellung des Regulators, d. h. von ω abhängigen Wegpunkt. So wird auch hier die Gleichgewichtsstellung des Stellzeugs eine bestimmte Funktion von ω.

Diese Regulierung hat zwar die Eigenschaft, dass verschiedenen Belastungen verschiedene Werte von ω entsprechen; sie ist also keine ganz vollkommene. Je weniger jedoch die Geschwindigkeitsgrenzen sich von einander unterscheiden, welche der höchsten und tiefsten Stellung des Regulators entsprechen, umso geringer wird die Unvollkommenheit.

Für die Übergänge zwischen zwei Beharrungszuständen können, wie

1) Vergl. Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure 1891, sowie Schweizerische Bauzeitung 1896, Nr. 20 bis 26.

beim zwangläufigen Regulator, Turbinengeschwindigkeiten eintreten, welche ausserhalb der Grenzwerte des Regulators liegen. Dass diese nicht zu störend werden, kann durch Anwendung eines hinreichend grossen Schwungrades erreicht und durch ein Regulierdiagramm nach Art von Fig. 58 nachgewiesen werden.

4. Beispiel. Periodische Einwirkung des Regulators.

Wie bei den nach Muster der Corlissmaschinen konstruierten Dampfmaschinen der Regulator während des grössten Teiles einer Arbeitsperiode ausser Zusammenhang mit dem Stellzeug ist, so kann auch beim Turbinenregulator eine periodische Freilassung der im übrigen zwangläufigen Verkettung eingerichtet werden zu dem Zwecke, den Regulator zeitweise von der Belastung durch die Widerstände des Stellzeuges zu befreien.

Fig. 60.

Zur Verdeutlichung dieser Wirkungsweise diene Fig. 60. *R* ist eine Kurvenschleife, deren Stellung mit der des Regulators zwangläufig zusammenhängt, *K* eine durch die Maschinenkraft betriebene Kurbel, *S* eine nach dem Stellzeug führende Stange und *H* ein Hebel, welcher im Beharrungszustand, ohne *R* mit dem Stift *J* zu berühren, um den Drehpunkt *T* schwingt, bei eintretender Geschwindigkeitsänderung jedoch durch den Anschlag von *J* an *R* einen Widerstand findet, welcher eine

bestimmte Bewegung von S erzwingt, sodann aber R wieder frei giebt. Bedingung hierbei ist, dass S kein Bestreben hat, sich von selbst zu bewegen; auch muss der Regulator durch einen Flüssigkeitswiderstand gegen Stoss unnachgiebig gemacht sein.

Offenbar lässt sich auch dieser Gedanke in sehr vielen Formen ausführen, auch ist es möglich S in Fig. 60 mit R in Fig. 59 zu verbinden, um so den Widerstand, welchen der Regulator zu überwinden hat, möglichst zu mindern und doch eine grosse Stellkraft zu erzielen.

Die Schnelligkeit der Regulierung wird in manchen Fällen durch die Trägheit der in langen Röhrenleitungen befindlichen Masse des zu- oder abfliessenden Wassers erschwert, welches bei Verminderung der Querschnitte nach Art des hydraulischen Widders wirksam wird und sehr langsam in einen neuen Gleichgewichtszustand übergeht. Prof. Stodola hat, um diesem Übelstand zu begegnen, die Anwendung von Windkesseln empfohlen.[1]) Auch durch Nebenauslässe aus dem Zuflussrohr oder durch Lufteinlässe im Abflussrohr in unmittelbarer Nähe der Turbine lässt sich dieser Zweck erreichen, da hierdurch die Beschleunigung oder Verzögerung langer Wassersäulen, damit aber die Ursache des erwähnten Übelstandes vermieden wird.

Kapitel XI.

Genauere Untersuchung der Wasserbewegung in einem Turbinenkanal.

Die bekannten hydrodynamischen Differentialgleichungen[2]) drücken für einen unendlich kleinen Teil der Wasserfüllung eines Turbinenkanals die Bedingungen aus, denen die Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und Pressungen in der unmittelbaren Umgebung des Flüssigkeitsteilchens genügen müssen. Könnte man diese Gleichungen

---

1) Über die Regulierung von Turbinen von Aurel Stodola. Schweizerische Bauzeitung 1893.

2) Eine Ableitung findet sich u. a. in Grashof, Theoretische Maschinenlehre, Bd. I, § 5.

integrieren, so wäre es möglich, für jeden Punkt in einem gegebenen Kanal, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Richtung der Bewegung und Pressung des Wassers voraus zu berechnen. Diese Aufgabe ist jedoch allgemein bislang noch nicht gelöst, und es erscheint fraglich, ob die Lösung auf dem Wege der Rechnung allein je gelingen wird.

Mehr Aussicht auf Erfolg bietet ein umgekehrtes Verfahren, welches nachstehend in seinen Grundgedanken angedeutet werden möge. Es beruht auf der Verwertung des Verhältnisses endlicher Differenzen im Sinne von Differentialverhältnissen, einem Verfahren also, von welchem in früheren Kapiteln schon immer Gebrauch gemacht wurde.

Im Kap. I wurde ein Leitkanal als gegeben und eine bestimmte mittlere Kurve, ohne nähere Begründung, als mittlerer Wasserfaden betrachtet. Hier möge nun der Versuch gemacht werden, aus dem geometrischen Verlauf des mittleren Wasserfadens, seinem Geschwindigkeitsriss und seiner Zeitteilung, die wir als gegeben voraussetzen, die Wasserbewegung in Nachbarfäden durch die hydraulischen Existenzbedingungen des mittleren Fadens abzuleiten und die Form der Kanalwandungen zu suchen, mit welchen die gemachten Annahmen verträglich sind.

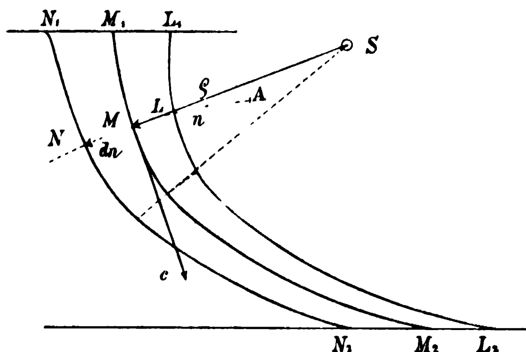


Fig. 61.

In Fig. 61 sei für einen Kanal von horizontaler Krümmungsebene und konstanter senkrechter Breite $b=1$ die Kurve M_1M_2 der vollständig gegebene mittlere Wasserweg. Die mit M_1M_2 möglichst nahe benachbarten Wege L_1L_2 und N_1N_2 sollen so bestimmt werden, dass

1) der zwischen L_1L_2 und M_1M_2 einerseits und der zwischen M_1M_2 und N_1N_2 andererseits fliessende Stromfaden gleich viel Wasser V cbm/sek abführt,
2) von einem Faden zum anderen der Druck in Richtung der Kurvennormale in solchem Masse ansteigt, als zur Erzielung der Krümmungsbeschleunigung φ_n nötig ist.

Aus der Bedingung 1) folgt für die Normalkurve LMN, wenn man c als mittlere Geschwindigkeit für LN auffasst:

149) $$(\overline{LM} + \overline{MN})\, c = 2\, V,$$

ferner für LM:

$$\overline{LM}\left(c - \frac{\partial c}{\partial n}\,\frac{\overline{ML}}{2}\right) = V,$$

und für MN:

$$\overline{MN}\left(c + \frac{\partial c}{\partial n}\,\frac{\overline{MN}}{2}\right) = V.$$

Aus den letzten beiden Gleichungen folgt sodann, mit Vernachlässigung von Grössen niederer Ordnung,

150) $$\frac{\overline{LM}}{\overline{MN}} = \frac{c + dc}{c}.$$

Ist ferner ϱ der Krümmungsradius der Kurve $M_1 M_2$ in M, so ist die Krümmungsbeschleunigung φ_n daselbst $\varphi_n = -\frac{c^2}{\varrho}$, sonach drückt aus

151) $$\frac{\partial h}{\partial n} = -\frac{\varphi_n}{g} = \frac{c^2}{g\varrho}$$

das Ansteigen des Druckes nach n mit Entfernung vom Krümmungsmittelpunkt S.

Verknüpft man zur Erfüllung der Bedingung 2) diese Beziehung mit der aus Gleichung 16) durch Differenzieren abgeleiteten Gleichung:

$$c\,dc + g\,dh = 0,$$

so erhält man

152) $$\frac{dc}{c} = -\frac{dn}{\varrho},$$

danach, wenn beiderseits 1 addiert wird:

153) $$\frac{c + dc}{c} = \frac{\varrho - dn}{\varrho}.$$

Aus den Gleichungen 150) und 153) folgt aber

$$\frac{\overline{LM}}{\overline{MN}} = \frac{\varrho - dn}{\varrho},$$

oder, angenähert und den endlichen Differenzen besser angepasst:

154) $$\frac{\overline{LM}}{\overline{MN}} = \frac{\varrho - \frac{1}{2}\,\overline{ML}}{\varrho + \frac{1}{2}\,\overline{MN}}.$$

Aus dieser Gleichung und aus Gleichung 149) kann man offenbar die beiden Unbekannten, LM und MN, berechnen. Bequemer und anschaulicher ist folgendes graphische Verfahren;

Man berechne $LM + MN$ aus Gleichung 149) und trage die Hälfte von M aus nach jeder Seite der Normalkurve. Die so erhaltenen Punkte sind Näherungslagen von L und N. Um sie zu berichtigen, verschiebt man die Strecke LN so weit nach aussen, bis die Halbkreise, die man über LM und MN zeichnen kann, eine und dieselbe durch S gehende Tangente berühren. Offenbar sind S, M und die gedachten Kreismittelpunkte harmonische Punkte. Die Aufgabe kommt also darauf hinaus, die Strecke SM in solcher Weise harmonisch zu teilen, dass der Abstand der gesuchten Punkte eine gegebene Länge erhält. Man kann hierzu auch ein auf Pauspapier gezeichnetes harmonisches Strahlenbüschel verwenden.

Hat man die Kurven $L_1 L_2$, $N_1 N_2$ in solcher Weise durch eine hinreichende Anzahl Punkte festgelegt, so kann man die Normalkurven durch die gegebenen Zeitpunkte der Kurve $M_1 M_2$ bis zu den Nachbarwegen ausdehnen, zu den hier entstehenden Schnittpunkten nach Gleichung 153) die Geschwindigkeiten berechnen oder konstruieren, die Geschwindigkeitsrisse zeichnen und danach die Zeitteilung auf $L_1 L_2$ und $N_1 N_2$ anbringen.

Verbindet man dann die gleichzeitigen Zeitpunkte der drei Wegkurven mit einander, so erhält man Kurven, welche Isochronen heissen mögen. Sie zerlegen die beiden Wasserfäden in Abschnitte von gleichem Inhalt, welche die Form von Bogenvierecken haben und welche die allmähliche Umformung der Wasserkörper beim Durchgang durch den Kanal erkennen lassen. Wählt man die Punkte L_1, M_1, N_1 als erste Zeitpunkte auf einer Normalkurve, so werden im weiteren Verlauf die Isochronen die Normalkurven verlassen, da sie nur dann Normalkurven bleiben könnten, wenn die Geschwindigkeiten der Gleichung [1])

155) $$\frac{dc}{c} = \frac{dn}{\varrho}$$

genügten, was nach Gleichung 152) nicht der Fall ist. Die anfangs rechtwinkeligen Bogenvierecke werden schiefwinkelig.

Nachdem Gestalt und Zeitteilung der Wege L und N hinreichend genau ermittelt sind, bilden sie den Ausgang zur Konstruktion weiterer Nachbarfäden K und O. In dieser Weise fortfahrend kann man eine solche Anzahl Fäden neben einander zeichnen, bis ein Wasserkörper von den Abmessungen eines Turbinenkanals entsteht, dessen äusserste, zuletzt gewonnene Kurven die Randlinien desjenigen Kanals darstellen,

---

1) Vergl. Gleichung 97).

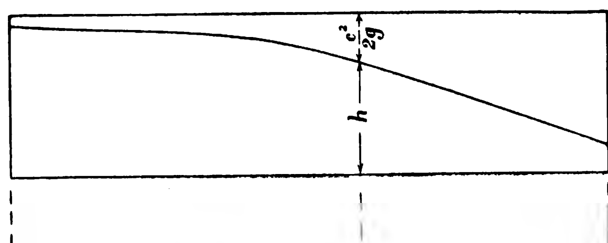


Fig. 64.

Fig. 63.

Fig. 62.

P O N M L K J

durch welche das Wasser gezwungen werden könnte, die angenommene Bewegung thatsächlich auszuführen, wenn nicht durch die vernachlässigte Flüssigkeitsreibung die Bewegung noch etwas beeinflusst würde.

In der angedeuteten Weise ist Fig. 62 aus dem Geschwindigkeitsriss des Wasserweges M, Fig. 63, entwickelt worden. Die schachbrettartige Schraffur soll die erwähnten Bogenvierecke hervorheben und die Verfolgung ihrer Änderungen beim Durchgang durch den Kanal erleichtern. Ausser den Wasserwegen und Isochronen, welche die inhaltgleichen Felder begrenzen, sind in Fig. 62 auch die Normalkurven durch die Zeitpunkte des mittleren Wasserweges eingetragen.

Wie ersichtlich, weicht der Mittelweg sehr auffallend von der Lage ab, die sich für ihn nach den in Kap. I gemachten Annahmen, d. h. durch Halbierung von a, ergeben würde. Der wirkliche Weg des in der Mitte des Kanals eintretenden Wassers ist viel weniger gekrümmt als jener, daher auch kürzer; es zeigt sich an ihm das Bestreben, sich von der geraden Linie möglichst wenig zu entfernen.

In Fig. 64 ist für den mittleren Weg $M_1 M_2$ die Änderung der Grössen $\frac{c^2}{2g}$ und h dargestellt, deren Summe bei Vernachlässigung der Reibung sich nicht ändert. Für diese Figur bildet Gleichung 16) die Konstruktionsgrundlage.

Berücksichtigung der Reibung.

Während in der reibungslosen Flüssigkeit sich die Isochronen entgegengesetzt drehen wie die Normallinien, was durch das Minuszeichen in Gleichung 152) gegenüber Gleichung 155) zum Ausdruck kommt, wirkt die Reibung dieser relativen Drehung entgegen. Sie beschleunigt die zurückbleibenden äusseren und verzögert die vorauseilenden inneren Fäden, indem sie von letzteren Energie auf erstere überträgt, also einen transversalen Energiestrom hervorruft.

Nach der Newton'schen Hypothese für die innere Reibung von Flüssigkeiten ist für die Reibung zwischen zwei geradlinig bewegten Schichten von der unendlich kleinen Dicke dn das Ansteigen der Geschwindigkeit c nach n, also das Verhältnis $\frac{\partial c}{\partial n}$, massgebend. Bezeichnet man die Reibung für die Flächeneinheit als Tangentialkraft mit τ kg/qm, so ist in der Gleichung

156) $$\tau = k \frac{\partial c}{\partial n}$$

k eine von der Art der Flüssigkeit, insbesondere auch von der Temperatur abhängige Konstante.

Für krummlinige Bewegung ersetzen wir diesen Ausdruck durch die hypothetische Gleichung

157) $$\tau = k\left(\frac{\partial c}{\partial n} - \frac{c}{\varrho}\right),$$

welche für $\varrho = \infty$ in Gleichung 156) übergeht, also der Newton'schen Hypothese nicht widerspricht, gleichzeitig aber für den Fall, dass die Isochronen sich ebenso schnell drehen wie die Normalkurven, also Gleichung 155) erfüllt ist, $\tau = 0$ ergiebt, was der Thatsache gerecht wird, dass in einer mit dem Gefäss rotierenden Flüssigkeit, z. B. in einer Centrifuge, keine innere Reibung stattfindet.

Bei einer Flüssigkeit, deren Geschwindigkeiten überall bekannt sind — was für unseren Kanal insoweit der Fall ist, als nicht die Reibung selbst wieder Änderungen bewirkt — lassen sich für jeden Punkt die Grössen $\frac{\partial c}{\partial n}$ und $\frac{c}{\varrho}$ berechnen; also, wenn k bekannt ist, kann nach Gleichung 157) auch τ angegeben werden. $\frac{\partial c}{\partial n}$ ist die Winkelgeschwindigkeit der Isochronen, $\frac{c}{\varrho}$ die der Normalkurven.

Durch die Reibung ändern sich die im Anschluss an Fig. 9 entwickelten Kräftewirkungen an einem Flüssigkeitsteilchen von der Breite $b = 1$ in der Weise, dass eine treibende Kraft τds an der konkaven Seite, eine zurückhaltende Kraft $(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial n} dn)\, ds$ an der konvexen Seite hinzukommt, sonach im Sinne von c die Resultante der Reibung

$$-\frac{\partial \tau}{\partial n} dn ds$$

wirksam wird. Aus dieser Kraft in Verbindung mit der auf die Fläche $dF = 1 . dn$ wirkenden, von der Änderung des Normaldruckes p herrührenden Kraft $-\frac{\partial p}{\partial s} ds\, dn$ und aus der Masse des Flüssigkeitselements $\frac{\gamma}{g} ds\, dn$ berechnet sich seine Beschleunigungskomponente nach c zu

158) $$\frac{dc}{dt} = -\frac{g}{\gamma}\left(\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial \tau}{\partial n}\right).$$

Multipliziert man beiderseits mit $\frac{ds}{g}$ und setzt $\frac{ds}{dt} = c$, sowie $\frac{p}{\gamma} = h$, so folgt

159) $$\frac{c\,dc}{g} = -\,dh - \frac{1}{\gamma}\frac{\partial \tau}{\partial n}\,ds.$$

Das Integral dieser Gleichung vom Anfang des Kanals bis zu einem beliebigen Punkte lautet

160) $$\frac{1}{2g}(c^2 - c_1{}^2) = -\,(h - h_1) - \frac{1}{\gamma}\int\limits_{s=0}^{s}\frac{\partial \tau}{\partial n}\,ds.$$

Denkt man sich über der Zeichnung des Kanals als Grundriss in sämtlichen konstruierten Schnittpunkten von Wasserwegen und Normalkurven Ordinaten errichtet, welche mit τ proportional sind, so erhält man eine Fläche — sie heisse Reibungsrelief — deren Ansteigen in Richtung der Normallinien überall $\frac{\partial \tau}{\partial n}$ darstellt.

Setzen wir vorübergehend $\frac{\partial \tau}{\partial n} = y$, so schreibt sich das Integral in Gleichung 160)

$$\int\limits_{s=0}^{s} y\,ds.$$

Dasselbe kann durch die Fläche unter einer Kurve dargestellt werden, deren Abscisse der gestreckte Wasserweg ist, und deren Ordinate $y = \frac{\partial \tau}{\partial n}$ aus dem Reibungsrelief entnommen wird.

Wenden wir Gleichung 160) zunächst auf den Weg $M_1 M_2$ an, dessen Geschwindigkeitsfolge gegeben war, so kann, wenn das letzte Glied in der eben angegebenen Weise für den ganzen Verlauf des Weges ausgerechnet ist, h als einzige Unbekannte ermittelt werden. Man findet

$$h = h_1 - \frac{c^2 - c_1{}^2}{2g} - \frac{1}{\gamma}\int\limits_{s=0}^{s} y\,ds.$$

Die Berichtigung, welche an den ohne Rücksicht auf Reibung nach Gleichung 16) gefundenen Werten von h durch den neuen Wert vorgenommen wird, ist offenbar

161) $$\Delta h = -\,\frac{1}{\gamma}\int\limits_{s=0}^{s}\frac{\partial \tau}{\partial n}\,ds.$$

Nachdem die Drucke des Fadens M berichtigt sind, liefert die von der Reibung unabhängige Gleichung 151) den Druckverlauf für die Nachbar-

fäden. Für diese sind die Geschwindigkeiten c nicht gegeben, vielmehr sind dieselben nun aus Gleichung 160) genauer zu berechnen, indem für h der soeben berichtigte Wert eingesetzt wird.

Dabei bemerkt man, dass die Veränderung von c in den Nachbarfäden eine kleine Veränderung der normalen Breite, d. h. eine Verlegung der Wegkurven im Gefolge hat, und sofern der Verlauf dieser Kurven die Grundlage für die Konstruktion des Reibungsreliefs bildete, würde, streng genommen, auch dieses abzuändern sein, so dass ein ganz befriedigendes Resultat nur durch Wiederholung, also auf dem Wege der allmählichen Annäherung zu erhalten wäre.

Die Wiederholungen kann man sich jedoch ersparen, wenn man mit den Ermittelungen nach Zeitzonen vorwärtsschreitet und dieselben sogleich, unter Berücksichtigung der Reibung, nach Gleichung 160), auf die ganze Breite des Kanales ausdehnt.

Anspruch auf wissenschaftlichen Wert würde das hiermit geschilderte Verfahren erst durch den Vergleich mit dem Experiment gewinnen. Hierzu bietet die Beobachtung der Druckverteilung vielleicht das einzige Mittel.[1] Denkt man sich in jedem Punkte des Kanals, für welchen die Druckhöhe berechnet war, dieselbe als senkrechte Ordinate angebracht, so bilden die Endpunkte dieser Strecken eine doppelt gekrümmte Fläche, welche durch horizontale Ebenen in Linien gleichen Druckes geschnitten wird, die man durch Projektion leicht in die Zeichnung des Kanals, d. h. in das Netz der Wasserwege übertragen kann.

Bringt man andererseits an einem nach der Zeichnung ausgeführten Kanal, welcher von der vorgeschriebenen Wassermenge durchflossen wird, eine hinreichend grosse Zahl von Glasröhren als Piezometer an, so steigt das Wasser in denselben auf eine dem jeweiligen Druck entsprechende Höhe, und die sämtlichen Wasserspiegel bilden wieder eine Fläche, welche mit der konstruierten übereinstimmen, daher auch dieselben Linien gleichen Druckes ergeben müsste, wenn die Vorausbestimmung des ganzen Vorganges auf richtigen Gesetzen beruht und richtig durchgeführt worden war.

Der Reibungskoëfficient k, für welchen verschiedene Untersuchungen hinreichend übereinstimmende Zahlenwerte geliefert haben, dürfte hierbei nach Versuchen von Dr. Brodmann für mittlere Temperatur

---

1) Der Versuch, einzelne Fäden durch Farbe sichtbar zu machen, scheitert an dem Umstand, dass die Farbe sich sehr schnell ausbreitet.

162) $$k = \frac{1}{8000} kg\ m^{-2}\ sek$$

gesetzt werden.

Das vorliegende, mehr nur angedeutete als durchgeführte Problem, steht in Zusammenhang mit der Theorie der Strahlbildung, mit der sich die Physiker vielfach beschäftigt haben.[1]) Es behandelt den dunkelsten Teil der Hydrodynamik und ist wichtig genug, um selbst den angedeuteten mühsamen Weg für weitere Forschungen zu rechtfertigen. Gelänge es, die dargestellte oder eine andere Synthese mit dem Experiment in Übereinstimmung zu bringen, so könnte sie künftig als Grundlage der Turbinentheorie dienen. Besonders wichtig wäre es, wenn die Abhängigkeit der Widerstandskoëfficienten ζ von der Kanalform aufgeklärt werden könnte, was zur Zeit noch nicht möglich ist.

Kapitel XII.

Übungsaufgaben.

Die technische Aufgabe, welche beim Entwerfen einer Turbine gelöst werden muss, besteht aus einer Anzahl Einzelfragen, welche teils unabhängig von einander, teils mannigfach mit einander verknüpft sind. Soweit angängig, wurden diese Fragen in den vorhergehenden Kapiteln aus dem Zusammenhang gelöst, um in der Absonderung leichter nach ihrer Eigenart erkannt und beantwortet werden zu können.

Die folgenden Beispiele sollen nun die Vereinigung der Teile zum Ganzen erleichtern. Es soll an ihnen gezeigt werden, wie die Berechnung und die Beurteilung verschiedener Turbinen auf Grund der vorhergehenden Darlegungen und mittels der entwickelten Formeln vorgenommen werden kann. Um Wiederholungen zu vermeiden, ist die Lösung meist nur so weit angedeutet, als sie nicht schon aus früheren

---

1) **Helmholtz**, Berliner Monatsberichte 1868, S. 215 oder Gesammelte Abhandlungen S. 146. **Kirchhoff**, Crelles Journal, Band 70, S. 289 oder Gesammelte Abhandlungen, S. 416. **Voigt**, Göttinger Nachrichten 1885, S. 285. **Winkelmann**, Handbuch der Physik, Artikel Hydrodynamik von Auerbach. **Brodmann**, Untersuchungen über den Reibungskoëfficienten von Flüssigkeiten, Inaugural-Dissertation. Göttingen 1891.

Aufgaben als erledigt zu betrachten ist. In einigen Fällen konnte die Lösung dem Leser vollständig überlassen bleiben.

Um zu zeigen, dass die Turbinentheorie auch die passiven Turbinen mit umfasst, nämlich die sogenannten Kreiselpumpen und Kreiselgebläse, ist in den Aufgaben 11 und 12 auf die Behandlung dieser Aufgaben kurz hingewiesen.

Mit letzteren, sofern es Luftturbinen sind, stehen die Dampfturbinen in naher Beziehung. Zu ihrer gründlichen Behandlung ist jedoch die Thermodynamik zu Rate zu ziehen, was hier zu weit geführt haben würde.

Aufgabe 1: Axiale Vollturbine, normale.

Gegeben ist in Fig. 65 der Geschwindigkeitsriss für den mittleren Radius r_m. Ferner sei

$$V = 1 \text{ bis } 5 \text{ cbm},$$

$$z = 0{,}5 \text{ bis } 10 \text{ m},$$

$$\frac{b_4}{r_m} = \frac{1}{3},$$

$$\zeta' = \zeta'' = \zeta''' = 0{,}1,$$

$$w = \frac{1}{2} c_4,$$

$$\nu_4 = 0{,}8.$$

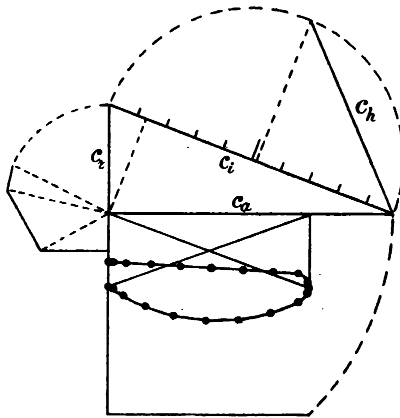


Fig. 65.

Zu berechnen sind die Hauptabmessungen und die wichtigeren Betriebsgrössen.

Lösung: Indem wir c_4 mit dem Zirkel aus Fig. 65 entnehmen und an der auf c_i angebrachten Dezimalteilung messen, finden wir

$$c_4 = 0{,}25\, c_i = 0{,}25 \sqrt{2g}\, \sqrt{z} = 1{,}11 \sqrt{z}.$$

Aus Gleichung 62) berechnen wir sodann

$$r_m = \sqrt{\frac{1}{0{,}8 . 2\pi}} \sqrt{\frac{3}{1{,}11} \frac{V_4}{\sqrt{z}}} = 0{,}73 \frac{\sqrt{V_4}}{\sqrt[4]{z}}$$

und erhalten weiter

$$r_{4i} = \tfrac{5}{6}\, r_m, \qquad r_{4a} = \tfrac{7}{6}\, r_m, \qquad b_4 = \tfrac{1}{3}\, r_m.$$

Auch v, welches hier im Sinne von S. 71 mit v_1 bezeichnet werden kann, messen wir auf dem Massstab c_i in Fig. 65 und finden

$$v_1 = 0{,}665\, c_i = 2{,}95 \sqrt{z}.$$

Hiernach wird die Tourenzahl der grössten Arbeitsleistung

$$n_1 = \frac{30}{\pi}\,\frac{v_1}{rm} = 38{,}6\,\frac{\sqrt[4]{\varkappa^3}}{\sqrt{V}}.$$

Die Tourenzahl des theoretischen Leerganges wird näherungsweise nach Gleichung 107), da hier $c_{2x} = v_1$, $u_{4x} = -v_1$ und $r_3 = r_4 = r_m$,

$$n_2 = \frac{30}{\pi}\,\omega_2 = \frac{30}{\pi}\,\frac{2v}{rm} = 2\,n_1\,.$$

Genau ist diese Berechnung deshalb nicht, weil sie nur für unendlich kleine Breite gilt. Bei dieser Tourenzahl ergiebt Gleichung 104) für die inneren Teile der Turbine positive, für die äusseren negative Werte für a, falls die Schaufel nach v. Reiche (s. Kap. IV) entwickelt ist. Der Leerlauf wird also dann eintreten, wenn die positive Arbeit der inneren Teile ebenso gross ist wie die negative der äusseren.

Für einen Cylinderring vom Halbmesser r und der radialen Breite dr ist offenbar das Element der mechanischen Arbeit, von den Schaufeldicken abgesehen,

$$dA = 2\pi r\,dr\,c_\varkappa\,a\,.$$

Hiernach lautet die Bedingung für den theoretischen Leerlauf genauer

$$\int c_\varkappa\,r\,a\,dr = 0\,.$$

Bei der v. Reiche'schen Schaufel ist $c_\varkappa$ konstant für verschiedene r, und a ist nach Gleichung 104) und 64) als Funktion von r gegeben. Da $r_3 = r_4 = r$ und $u_{4x} = -v_1 = -r\omega_1$, so folgt für unsern Fall aus Gleichung 104), zur Berechnung von n_2 oder ω_2

$$a = \frac{1}{g}\left[\omega_2\,(rc_{2x} + r^2\omega_1) - \omega_2{}^2 r^2\right].$$

Gleichung 65) ist für unser Beispiel zu schreiben

$$c_{2x} = \frac{rm^2}{r}\,\omega_1\,.$$

Sonach folgt

$$a = \frac{1}{g}\left[\omega_1\omega_2\,(rm^2 + r^2) - \omega_2{}^2\,r^2\right].$$

Die Bedingung für den theoretischen Leerlauf ist also

$$\int_{ri}^{ra} r\left[\omega_1\omega_2\,(rm^2 + r^2) - \omega_2{}^2\,r^2\right]dr = 0\,.$$

Das giebt zunächst

$$\omega_1 \omega_2 r_m^2 \int_{ri}^{ra} r\,dr + \omega_1 \omega_2 \int_{ri}^{ra} r^3 dr + \omega_2{}^2 \int_{ri}^{ra} r^3 dr = 0$$

und ausgerechnet:

$$\omega_2 = \left(1 + \frac{2}{\frac{ra^2}{rm^2} + \frac{ri^2}{rm^2}}\right) \omega_1 .$$

Entsprechend wird mit den gegebenen Zahlen

$$n_2 = \left(1 + \frac{2}{\frac{49}{36} + \frac{25}{36}}\right) n_1 = 1{,}973\, n_1 .$$

Der Fehler, den man mit der Näherungsrechnung $n_2 = 2 n_1$ begeht, ist also nicht erheblich.

Nachdem n_2 bekannt, zeichne man die Geschwindigkeitsrisse des Leerlaufes für r_i, r_m und r_a.

Der Wirkungsgrad η_h findet sich aus der graphischen Bilanz (s. S. 45) oder aus Gleichung 54), bei deren Anwendung der Massstab der Geschwindigkeiten gleichgiltig ist, so dass z. B. ohne weiteres die Längen aus Fig. 62 in Millimetern als Geschwindigkeiten eingeführt werden können.

Die für Gleichung 63) gemachte, nicht ganz zutreffende Annahme, dass η_h für alle Radien konstant ist, lässt sich jetzt berichtigen, indem man die Geschwindigkeitsrisse für r_i und r_a zeichnet (s. Fig. 34), auch für diese η_h berechnet oder konstruiert und den Mittelwert von η_h aus der Gleichung

$$\eta_h = \tfrac{1}{4} (\eta_{hi} + 2\, \eta_{hm} + \eta_{ha})$$

berechnet.

Für die Bremsleistung ergiebt sich nach Gleichung 101)

$$N_{1b} = \eta_m\, 13{,}33\; Va = \eta_m \eta_h\, 13{,}33\; Vz ,$$

und entsprechend, nach Gleichung 103), für den normalen Gang

$$M_{1b} = 1000\, \eta_m V \frac{a}{\omega_1} = 1000\, \eta_m \eta_h V \frac{z}{\omega_1}$$

oder

$$M_{1b} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{1000}{38{,}6}\, \eta_m \eta_h \sqrt{V^3}\, \sqrt[4]{z} .$$

Mit ausreichender Annäherung ist für die Festigkeitsrechnung

$$M_{0b} = 2\,M_{1b}.$$

Für die Synthese der Variationsfläche (s. S. 78) wäre ein genauerer Integralwert M_{0b} aus Gleichung 106) in ähnlicher Weise zu berechnen, wie für n_2 ausgeführt wurde.

Der von der Zapfenreibung abhängige mechanische Wirkungsgrad η_m liegt etwa zwischen 0,96 und 0,98. Der hydraulische Anteil des Zapfendrucks in Richtung der Axe berechnet sich leicht nach Gleichung 22).

Das Verfahren zur Ermittelung der Abmessungen $z_1 - z_2$ und $z_3 - z_4$ in Verbindung mit der Annahme der Schaufelzahlen ist auf S. 54 auseinandergesetzt. Auf S. 47 bis 56 ist das Verfahren zur Konstruktion der Schaufelfläche und des Kranzprofils angegeben. Die Materialdicken für die Schaufeln sind nach praktischen Gesichtspunkten zu wählen. Man nimmt, wenn die Halbmesser $r_m = 0{,}5$ bis 1,5 m sind,

für Blechschaufeln die Dicke 2 bis 7 mm,
„ Gusseisenschaufeln „ „ 6 „ 12 „ .

Falls Blechschaufeln verwendet werden, so müssen in der Regel einige als gusseiserne ausgeführt und mit den Kränzen zusammengegossen sein, um dem Verband zwischen dem innern und äussern Kranz genügende Festigkeit zu geben. Die Geschwindigkeitskurve, Fig. 65, bedingt entweder eine Verdickung der Schaufeln in der Mitte (Gusseisen) oder eine Kranzeinschnürung.

Der Laufradüberdruck findet sich aus Gleichung 28), wenn die auf der rechten Seite stehenden Grössen bekannt sind. Setzt man

$$\sqrt{2g\,(h_3 - h_4)} = c_h,$$

so stellt c_h den Überdruck durch eine Geschwindigkeit dar, welche sich nach Gleichung 28), abgesehen von $z_4 - z_3$, ähnlich wie c_a und c_r konstruieren lässt. Trägt man c_h, wie in Fig. 65 geschehen, als Sehne des Halbkreises über c_i an und fällt von dem Endpunkt ein Lot auf c_i, so erhält man auf der Dezimalteilung einen Punkt, hier 0,485, welcher das Verhältnis $\frac{h_3 - h_4}{x}$ [1]) ausdrückt. Damit kann man nach Gleichung 38) den relativen Spaltwasserverlust σ ausrechnen.

---

1) Dieses Verhältnis wird von einigen Schriftstellern als **Karakteristik** bezeichnet. Da indessen andere Verhältnisse mit gleichem Recht so genannt werden könnten, so wird das Wort hier nicht empfohlen.

Aufgabe 2: Axiale Vollturbine, langsamgehende.

Gegeben ist in Fig. 66 der Geschwindigkeitsriss für den inneren Radius r_i. Ferner sei

$V = 1$ bis 5 cbm,

$z = 0{,}5$ bis 10 m,

$\frac{b_4}{r_m} = \frac{1}{3}$,

$\zeta' = \zeta'' = \zeta''' = 0{,}1$,

$w = \frac{1}{2} c_4$,

$\nu_3 = 0{,}9$,

$\nu_4 = 0{,}8$.

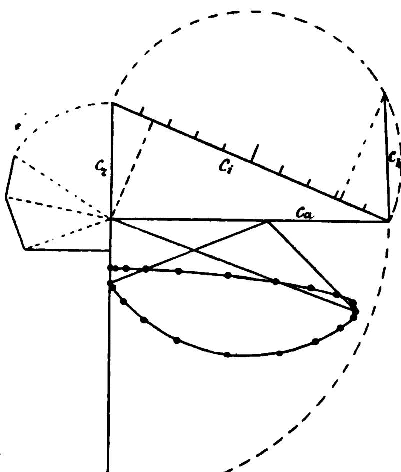


Fig. 66.

Lösung: Aus Fig. 66 entnehmen wir mit dem Zirkel

$$c_4 \doteq 0{,}22\, c_i = 0{,}975 \sqrt{z}\,.$$

Gleichung 62) ergiebt

$$r_m = \sqrt{\frac{1}{0{,}8 \,.\, 2\,\pi}} \sqrt{\frac{3 \cdot}{0{,}975} \frac{V}{\sqrt{z}}} = 0{,}78 \frac{\sqrt{V}}{\sqrt[4]{z}}\,.$$

Weiter ist nach Fig. 66

$$c_{3z} = 0{,}3\, c_i\,.$$

Die Turbine erhält eine Kranzverbreiterung. Es wird

$$\frac{b_3}{b_4} = \frac{\nu_4}{\nu_3} \cdot \frac{0{,}22}{0{,}3} = \frac{0{,}8}{0{,}9} \cdot \frac{0{,}22}{0{,}3} = 0{,}65$$

und danach

$$\frac{b_3}{r_m} = 0{,}65 \,.\, \frac{1}{3} = 0{,}217\,.$$

Für den mittleren Überdruck erhält man nach Fig. 66

$$\frac{h_3 - h_4}{z} = 0{,}18\,.$$

Wie in Aufgabe 1 findet man

$$v_1 = 0{,}525\, c_i = 2{,}33 \sqrt{z}\,,$$

$$n_1 = \frac{30}{\pi} \frac{v_1}{r_m} = 28{,}9 \frac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{V}}$$

u. s. w.

Bei welchem Radius r_i würde sich $h_3 - h_4 = 0$ ergeben?

Aufgabe 3: Axiale Freistrahlturbine für grosse Wassermenge bei kleinem Gefälle.

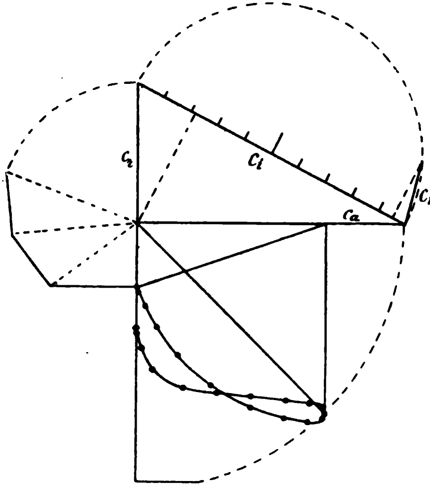


Fig. 67.

Gegeben ist in Fig. 67 der Geschwindigkeitsriss für den mittleren Radius r_m. Ferner sei

$V = 3$ bis 10 cbm,

$z = 0{,}5$ bis 2 m,

$\frac{b_3}{r_3} = \frac{1}{5}$,

$\zeta' = \zeta'' = \zeta''' = 0{,}1$,

$w = c_4$,

was $z_4 - z_5 = 0$ voraussetzt.

$\nu_3 = 0{,}95$,

$\nu_4 = 0{,}8$,

Lösung:

$$u_3 = c_{3x} = 0{,}63\, c_i = 2{,}89\, \sqrt{z}.$$

$$r_m = \sqrt{\frac{1}{0{,}95 . 2\pi}}\, \sqrt{\frac{5}{2{,}89}\, \frac{V}{\sqrt{z}}} = 0{,}53\, \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{z}},$$

$$v_m = 0{,}625\, c_i = 2{,}77\, \sqrt{z},$$

$$n_1 = \frac{30}{\pi}\, \frac{v_m}{r_m} = 50\, \frac{\sqrt[4]{z^3}}{\sqrt{V}},$$

$$n_2 = 2\, n_1,$$

$$\eta_h = 0{,}78,$$

$$N_b = \eta_m\, 0{,}78 \cdot \frac{1000}{75}\, Vz = \eta_m\, 10{,}4\, Vz,$$

$$c_4 = 0{,}21\, c_i,$$

$$\frac{b_3}{b_4} = \frac{\nu_4}{\nu_3} \cdot \frac{0{,}21}{0{,}63} = \frac{0{,}8}{0{,}95} \cdot \frac{1}{3} = 0{,}281.$$

Die Turbine erhält, wie ersichtlich, eine sehr bedeutende Kranzerweiterung, infolgedessen trotz des kleinen Wertes von c_h einen beträchtlichen hydraulischen Druck auf den Spurzapfen. Aus dem gegebenen Geschwindigkeitsriss folgt zunächst der mittlere Wasserfaden im Radius r_m sowie der Schnitt des Cylinders r_m durch den Wasser-

körper, dessen eine Grenzlinie die Form der Schaufel ergiebt, während die andere durch einen Luftraum vom Schaufelrücken getrennt bleibt. Weiter kann sodann die Gestalt der inneren und äusseren Fäden gesucht werden, doch ist, wenn die Darstellung hier einigermassen der Wirklichkeit entsprechen soll, Kap. VI zu Hilfe nehmen, da infolge der bedeutenden Verbreiterung die inneren und äusseren Kranzformen zu sehr von der Cylinderfläche abweichen.

Aufgabe 4: Axiale Freistrahlturbine für mittlere Wassermengen und mittlere Gefälle.

Gegeben ist der Geschwindigkeitsriss für r_m nach Fig. 37. Im übrigen können die Angaben der vorigen Aufgabe beibehalten werden.

Lösung: Man berechne die Abmessungen und Betriebsgrössen wie in den vorhergehenden Aufgaben, entwickle die Schaufeln

1) als Schraubenflächen,
2) nach Gleichung 100)

und ermittle in beiden Fällen η_h für die inneren, mittleren und äusseren Wasserfäden sowie den Mittelwert.

Aufgabe 5: Aussenschlächtige Turbine mit kleinem Überdruck.

Gegeben ist der Geschwindigkeitsriss, Fig. 68. Ferner sei

$$\frac{b_4}{r_4} = \frac{1}{3},$$

$$\zeta' = \zeta'' = \zeta''' = 0{,}1,$$

$$w = \frac{1}{2}\, c_4,$$

$$\nu_4 = 0{,}85.$$

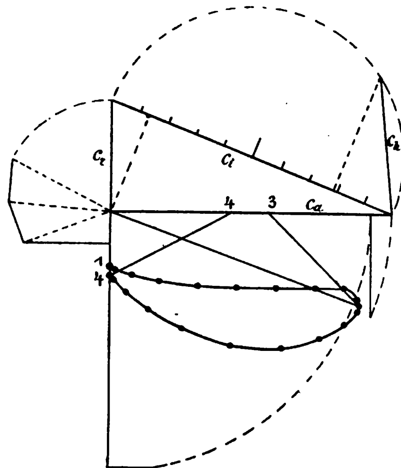


Fig. 68.

Lösung: Die Bedingung $\frac{b_4}{r_4} = \frac{1}{3}$ ist zulässig, da dieselbe der Ungleichung 95) genügt. Zunächst findet man

$$c_4 = 0{,}22\, c_i = 0{,}975 \sqrt{z},$$

sodann aus Gleichung 94)

$$r_4 = \sqrt{\frac{1}{0{,}85 \cdot 2\pi}} \sqrt{\frac{3}{0{,}975}\,\frac{V}{\sqrt{z}}} = 0{,}76\, \frac{\sqrt{V}}{\sqrt[4]{z}}.$$

Ferner ist nach Fig. 68, da $\frac{r_3}{r_4} = \frac{v_3}{v_4} = \frac{4}{3}$,

$$r_3 = \tfrac{4}{3}\, r_4\,,$$

$$r_2 = r_3 + b_s \text{ (vergl. S. 29)}.$$

r_1 findet sich in Abhängigkeit von der Anzahl der Leitkanäle k_2.

Aus Fig. 68 entnimmt man ferner v_4, η_h, $\frac{h_3 - h_4}{\varkappa}$ und berechnet die weiteren Betriebsgrössen wie bei den früheren Aufgaben.

Aufgabe 6: Aussenschlächtige Turbine mit mittlerem Überdruck.

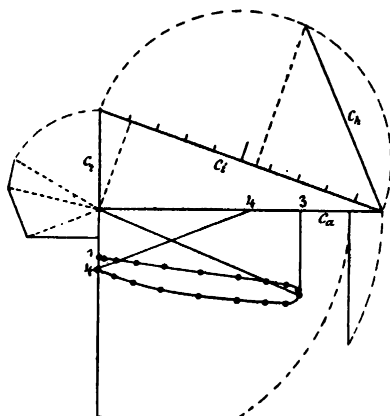


Fig. 69.

Gegeben ist der Geschwindigkeitsriss Fig. 69. Die übrigen Verhältnisse können wie in der vorigen Aufgabe gewählt werden.

Lösung: Man findet

$$c_4 = 0{,}2\, c_i = 0{,}886\, \sqrt{\varkappa}\,,$$

$$r_4 = \sqrt{\frac{1}{0{,}85 \cdot 2\pi}}\ \sqrt{\frac{3}{0{,}886}\ \frac{V}{\sqrt{\varkappa}}}$$

$$= 0{,}79\ \frac{\sqrt{V}}{\sqrt[4]{\varkappa}}$$

u. s. w.

Aufgabe 7: Aussenschlächtige Turbine für grosse Tourenzahl mit grossem Überdruck.

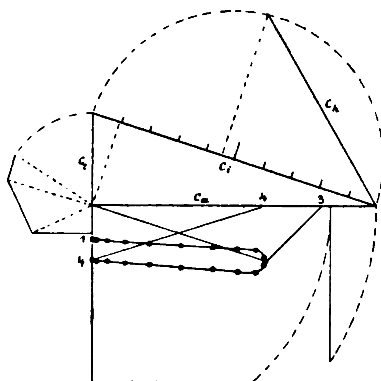


Fig. 70.

Gegeben ist der Geschwindigkeitsriss, Fig. 70. Derselbe kann auch so abgeändert werden, dass er der harmonischen Teilung Gleichung 119) genügt, sodass die Turbine eine Eta-Turbine wird.

Lösung: Um den Minimaldurchmesser zu erhalten, ist zur Berechnung von $\frac{b_4}{r_4}$ Gleichung 95) zu benutzen.

Die weiteren Berechnungen sind von denen der vorigen Aufgabe nicht wesentlich verschieden.

Aufgabe 8: Innenschlächtige Turbine mit sehr geringem Überdruck.

Gegeben ist der Geschwindigkeitsriss Fig. 71.

Ferner sei

$$\zeta' = \zeta'' = \zeta''' = 0,1\,,$$

$$w = c_4\,.$$

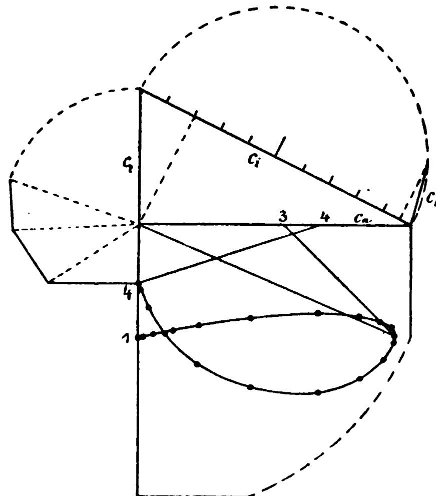


Fig. 71.

Lösung: Man berechne zunächst den Minimalwert von r_1 nach Gleichung 90). Soll die Turbine so klein wie möglich werden, so ist dieser Wert beizubehalten. Andernfalls vergrössert man r_1 nach Massgabe der gewünschten Tourenzahl. Ist diese vorgeschrieben, so folgt r_3 aus Gleichung 92), da v_3 gegeben durch

$$v_3 = 0,475\, c_i = 2,1\sqrt{x}\,;$$

damit ist auch $r_4 = \frac{5}{4}\, r_3$ gegeben.
r_1 kann sodann gewählt werden mit Rücksicht auf Gleichung 79) und 90). Im übrigen verfährt man wie bisher.

Hier ist es von Wert, den Geschwindigkeitsriss der absoluten Bewegung nach Fig. 21 zu zeichnen und die Linien gleichen Druckes aufzusuchen.

Macht man die Kanäle etwas weiter, als sie nach dem Geschwindigkeitsriss gefunden wurden, so kann die Turbine als Freistrahlturbine arbeiten. Sowohl der Geschwindigkeitsriss wie die Isobaren geben dann darüber Auskunft, ob die stetige Anlage des Wasserstrahles an der konkaven Kanalwand hinreichend gesichert ist.

Aufgabe 9: Innenschlächtige Turbine mit mittlerem Überdruck.

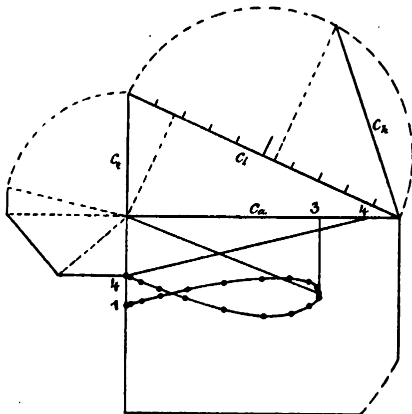


Fig. 72.

Gegeben ist der Geschwindigkeitsriss Fig. 72, nach welchem

$$\frac{r_3}{r_4} = \tfrac{4}{5},$$

wie in Aufgabe 8. Auch die übrigen Annahmen können dieser entsprechend gemacht werden.

Lösung: Dieselbe bietet prinzipiell nichts Neues.

Aufgabe 10: Allgemeine Turbine mit radialem Eintritt, axialem Austritt des Wassers und drehbaren Leitschaufeln.

Gegeben: Für den mittleren Wasserweg sei $\frac{r_3}{r_4} = 2$; die Meridiankurve seiner Rotationsfläche sei von einem Viertelkreis nur dadurch verschieden, dass der Bedingung $\varrho_3 = \varrho_4 = \infty$ entsprechend (vergl. S. 69) die Krümmung nach den Enden zu abnimmt.

Lösung: Man kann eine solche Kurve mit hinreichender Annäherung zeichnen, wenn man für c_m einen viertelkreisförmigen Geschwindigkeitsriss annimmt, dessen Zeitteilung der Teilungsregel S. 34 entspricht. Wird dieselbe Regel für c_x angewandt und $\beta_3 = 90^0$, $\beta_4 = 20^0$ gesetzt, so ist damit indirekt der räumliche Verlauf des mittleren Wasserfadens vollständig gegeben.

Zu der mittleren Meridiankurve entwickle man nach den Gleichungen 97) und 98) den vollständigen Meridianschnitt des Laufrades so, dass für den der Axe zunächst liegenden Wasserweg $r_4 = 0$ wird, also ein voller Kreis als Austrittsfläche dient.

Für die geometrische Ableitung und Darstellung der Schaufelflächen findet man die nötige Anleitung S. 66 und 67. Die doppelt gekrümmte Schaufelfläche kann sowohl durch eine Anzahl Schnitte mit Meridianebenen als auch durch Äquatorialschnitte für die Werkzeichnung dargestellt werden. (Vergl. auch S. 90).

Aufgabe 11: Centrifugalpumpe ohne Leitschaufeln.

Gegeben ist der Geschwindigkeitsriss Fig. 73, nach welchem

$$\frac{r_4}{r_3} = \frac{v_4}{v_3} = 3{,}05\,.$$

Ferner sei

$$\frac{b_3}{r_3} = \frac{1}{2}\,,$$

$$\zeta''' = 0{,}1\,,$$

$$w = c_4\,,$$

$$v_3 = 0{,}9\,.$$

Lösung: Da keine Leitschaufeln vorhanden sind, ist $\alpha_2 = 90^0$.

Fig. 73.

Schreiben wir Gleichung 81) in der Form

$$z_5 - z_0 = \frac{1}{2g}\left(c_4{}^2 - c_2{}^2 + u_2{}^2 - u_4{}^2 + v_3{}^2 - v_4{}^2\right) - \frac{1}{2g}\left(\zeta''' u_4{}^2 + w^2\right),$$

so ist nach den früheren Definitionen

$z_5 - z_0$ ein negatives Spiegelgefälle (Förderhöhe),

$\frac{1}{2g}\left(c_4{}^2 - c_2{}^2 + u_2{}^2 - u_4{}^2 + v_3{}^2 - v_4{}^2\right)$ der negative Wert der Arbeit, welche das Wasser an die Turbine überträgt, also, wenn positiv, die von der Kreiselpumpe an jedes Kilogramm Wasser übertragene Arbeit, d. h. die verbrauchte Energie. Sie heisse hier ebenfalls a.

$\frac{1}{2g}\left(\zeta''' u_4{}^2 + w^2\right)$ ist die durch Flüssigkeitsreibung im Kreiselrad und im Ablaufrohr verlorene mechanische Energie, deren Bedeutung dem Sinne und Vorzeichen nach unverändert ist.

Bezeichnen wir das erste Glied mit $\frac{ci^2}{2g}$, das zweite mit $\frac{ca^2}{2g}$, das dritte mit $\frac{cr^2}{2g}$, so ist nur das letzte mit den entsprechenden Gliedern

der aktiven Turbine mathematisch von gleicher Bedeutung. Obige Gleichung lautet jetzt

$$c_a{}^2 = c_i{}^2 + c_r{}^2 .$$

In Fig. 73 ist die Konstruktion von c_a angedeutet, ebenso diejenige von c_r. Für die Vereinigung beider zur Ermittelung von c_i ist c_a als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks zu nehmen. Bezeichnet man auch hier $\frac{a}{x}$ mit η_h, so ist, wie früher,

$$\eta_h = \frac{c_a{}^2}{c_i{}^2}.$$

Dieser Wert wird jedoch grösser als 1. Deshalb muss jetzt, um η_h graphisch zu finden, die Dezimalteilung von c_i verlängert werden. In Fig. 73 wird $\eta_h = 1{,}66$, Der Name Wirkungsgrad kommt bei passiven Turbinen dem Verhältnis $\frac{x}{a}$ zu, welcher Wert sich als echter Bruch (hier $\frac{x}{a} = 0{,}6$) auf der Dezimalteilung von a findet.

In ganz gleicher Weise wie bei den früheren Aufgaben finden wir

$$c_3 = 0{,}4\, c_i = 1{,}772 \sqrt{x},$$

$$v_3 = 1{,}22\, c_i = 5{,}39 \sqrt{x},$$

$$r_3 = \sqrt{\frac{1}{0{,}9 . 2\pi}} \sqrt{\frac{2}{1{,}772} \cdot \frac{V}{\sqrt{x}}} = 0{,}447 \frac{\sqrt{V}}{\sqrt[4]{x}},$$

$$r_4 = 3{,}05\, r_3 ,$$

$$n_1 = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{v_3}{r_3} = 11{,}5 \frac{\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt{V}}$$

u. s. w.

Die Ableitung der Schaufel aus dem Geschwindigkeitsriss erfolgt in derselben Weise wie bei den aktiven Turbinen.

Aufgabe 12: Centrifugalgebläse.

Gegeben ist der Geschwindigkeitsriss, Fig. 73. Auch alle anderen Angaben der vorigen Aufgabe können beibehalten werden.

Lösung: Hier bedeutet x die Höhe einer Luftsäule, deren Gewicht der Druckdifferenz zwischen Saug- und Druckraum entspricht. Ist γ_2 das Gewicht von 1 cbm Luft (für mittleren Barometerstand und 90° C ist $\gamma_2 = 1{,}2$) und die der Höhe x entsprechende Wasserdruckhöhe h, so ist

$$x = \frac{1000}{\gamma_2} h = 933\, h .$$

Man findet daher

$$c_3 = 1{,}772 \sqrt{933\,h} = 54 \sqrt{h},$$

$$v_3 = 5{,}39 \sqrt{933\,h} = 164 \sqrt{h},$$

$$r_3 = 0{,}447 \frac{\sqrt{V}}{\sqrt[4]{933\,h}} = 0{,}081 \frac{\sqrt{V}}{\sqrt[4]{h}},$$

$$r_4 = 3{,}05\, r_3,$$

$$n_1 = 11{,}5 \frac{\sqrt[4]{933^3 h^3}}{\sqrt{V}} = 1929 \frac{\sqrt[4]{h^3}}{\sqrt{V}}$$

u. s. w.

Aufgabe 13. Man zeichne den Geschwindigkeitsriss einer sogenannten Schottischen Turbine für $r_3 : r_4 = 1 : 3$ und ermittle den Wirkungsgrad.

Aufgabe 14. Man untersuche eine Stoss-Turbine mit schraubenförmigen Radschaufeln von konstanter Steigung mit oder ohne Leitschaufeln. Ist es richtig, dass, wie behauptet worden ist, eine solche Turbine höchstens einen Wirkungsgrad $\eta_h = 0{,}5$ ergeben kann?

Aufgabe 15. Wie muss die Schaufel einer innen- oder aussenschlächtigen Radialturbine gestaltet werden, damit die Arbeit $a = 0$ wird und zwar nicht nur für den ganzen Durchgang, sondern auch für die Teile, d. h. auch $\frac{da}{dr} = 0$ wird. Die neutrale Schaufel bildet die Grenze zwischen aktiver und passiver Turbine.

Aufgabe 16. Kann eine gute aussenschlächtige Turbine mit geradlinigen Laufradschaufeln hergestellt werden?

Aufgabe 17. Für eine Girardturbine sei der Geschwindigkeitsriss für den mittleren Radius gegeben und der mittlere Wasserfaden an eine Cylinderfläche gebunden. Die Geschwindigkeitsrisse der übrigen Wasserfäden sollen, unter Verzicht auf die Bedingung $\frac{dc_x}{dr} = 0$ (s. S. 49) so entwickelt werden, dass $\frac{dh}{dr} = 0$ für die freie Wasserfläche erfüllt wird, die Schaufeln also ohne Excentricität ausgeführt werden können.

Aufgabe 18. Eine nach dem Geschwindigkeitsriss, Fig. 69, ausgeführte Turbine ohne Anpassbehelf muss in wasserarmer Jahreszeit (Wasserklemme) mit der halben normalen Wassermenge, dennoch aber mit der normalen Geschwindigkeit betrieben werden. Wie gross wird der hydraulische Wirkungsgrad

a) bezogen auf das eintretende Spiegelgefälle,

b) bezogen auf das Spiegelgefälle der normalen Wassermenge?

Zur Lösung s. Kap. IX, S. 92.

Aufgabe 19. Der absolute Wasserweg für den Stillstand und für den Leerlauf einer Turbine ist zu zeichnen.

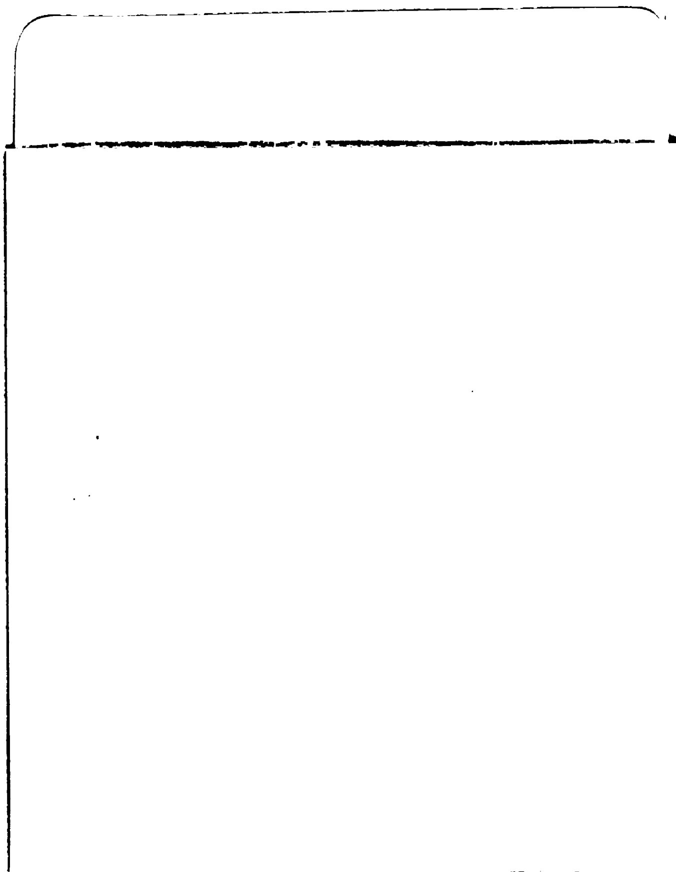
Druck von August Pries in Leipzig.

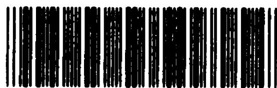


89090524588



b89090524588a




89090524588
b89090524588a